Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»

На правах рукописи

Стенищев Иван Владимирович

Мультипольные эффекты в метаматериалах и кубитах

Специальность 1.3.8
«Физика конденсированного состояния»

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
Башарин Алексей Андреевич
кандидат технических наук, доцент

Москва, 2023

Оглавление

Введение 4

Глава 1. Теоретические сведения и аналитический обзор литературы 13

1.1. Метаматериалы и их свойства 13

1.2. Мультипольное разложение токов , интерференционные члены 16

1.2.1. Мультипольное разложение скалярного потенциала стационарного поля. 18

1.2.2. Мультипольное разложение векторного потенциала магнитостатического поля... 20

1.2.3. Мультипольное разложение скалярного и векторного потенциала как функции от времени. 21

1.3. Деструктивная интерференция электрического и тороидного диполя. 25

1.4. Выводы по первой главе. 28

Глава 2. Диэлектрические метаматериалы с тороидальным откликом 29

2.1. Введение 29

2.2. Анапольный режим в диэлектрических частицах. 30

2.3. Моделирование системы 32

2.4. Диаграмма направленности анапольной моды 34

2.5. Тороидная мода в диэлектрическом кластере на основе воды. 36

2.6. Диэлектрические метаматериалы с тороидным откликом. 41

2.7. Анапольные метаматериалы на основе проводящих включений. 50

2.8. Выводы по второй главе. 56

Глава 3. Сверхпроводящий квантовый мета-атом 57

3.1. Сверхпроводимость и джозефсоновский контакт 59

3.2. Логика дизайна 63

3.3. Фабрикация образца. 67

3.4. Волноводная мода. 70

3.5. Компьютерное моделирование системы методом конечных элементов 77

3.6. Экспериментальная установка, криостат растворения. 83

3.7. Потоковая дисперсия. Однотоновая спектроскопия при разной мощности..... 86

3.8. Двухтоновая спектроскопия. 89

3.9. Выводы по третьей главе. 91

Заключение 93

Список использованных источников 94

Введение

Метаматериалы и метаповерхности – структуры, свойства которых зависят не столько от свойств составляющих элементов, сколько от их размера, формы и периодичности. Отличительная особенность таких структур заключается в возможности модифицировать диэлектрическую и магнитную проницаемость, что приводит к уникальным свойствам за счет управления законами дисперсии, отражения и прохождения электромагнитных волн. Это открыло возможность локализации электромагнитных полей в субволновой области, что сегодня применяется в ряде областей, например антенная техника, лазеры, резонаторы и т.д. Локализация электромагнитного поля в субволновой области вещества так же интересна для локального возбуждения нелинейных систем.

Взаимодействие метаматериалов с электромагнитной волной может приводить к возникновению различных эффектов, таких как резонансы Фано-типа, анапольный режим, эффекты Керкера. Природа этих эффектов основана на возбуждении мультипольных моментов, для анализа которых используют системы зарядов и токов, их интенсивность, мощность и интерференцию. Стандартная мультипольная декомпозиция, позволяющая разложить токи и поля источника на элементарные гармоники, включает в себя мультиполи электрического и магнитного семейства для описания характеристик излучения объекта [1]. Декартовы мультиполи, рассматриваемые в классических учебниках по электродинамике - не симметричные и не обесслеженные тензоры, а значит, не представляют индивидуального вклада в рассеянную мощность.. Для воспроизведения полной картины рассеяния электромагнитных волн объектами сложной формы и получения физичных результатов необходим учет тороидных мультиполей [2], которые получаются после операций симметризации и обесслеживания декартовых мультиполей.

Анализ публикаций последнего времени показывает, что задачи связанные с возбуждением тороидного отклика является одним из приоритетных направлений метаматериалов [3-11]. Исследование метаматериалов с тороидным откликом началось сравнительно недавно, и многие вопросы пока остаются без ответа. Например, до сих пор не исследован вопрос экспериментального возбуждения чистого тороидного дипольного момента и анаполя в планарных диэлектрических метаматериалах в оптическом диапазоне частот [6]. Это связано с тем, что необходимо создать частицы имеющие тороидальную 3D топологию в нано и микромасштабе. Однако в работе А. Мирошниченко с соавторами впервые продемонстрирован анаполь в силиконовых нанодисках [5]. Не изучены вопросы, связанные с возбуждением нескомпенсированного векторного потенциала, а вопрос существования

нетривиального неизлучающего источника является давно востребованным и ожидаемым в области фотоники, метаматериалов и электродинамики в целом [6]. В литературе представлено мало экспериментальных работ, связанных с тороидными метаматериалами, а применение их описано только в теоретических работах, предлагающих использовать тороидные метаматериалы, как высокодобротные резонаторы лазеров и спазеров [7, 8]. Ранее предложенные метаматериалы обладали довольно необычными и сложными в изготовлении и настройке 3D включениями. Особенно это важно в области оптических диапазонов частот, где размер включений ограничен микронным и нано масштабами. А манипулирование включениями, состоящими из SRR расположенными в нескольких плоскостях или объемных диэлектрических частиц [3-14], часто является непосильной задачей при изготовлении таких метаматериалов. Поэтому предложенные диэлектрические перфорированные метаматериалы являются важным шагом в упрощении технологии изготовления тороидных метаматериалов.

Существует также ряд мультиполей старшего порядка, называемых среднеквадратическими радиусами (электрический, магнитный, тороидный), которые до сих пор экспериментально не изучены, в том числе и их взаимодействие с обычными мультиполями. Однако известна магнитная анапольная мода, которая есть результат деструктивного взаимодействия магнитного момента и момента среднеквадратичного магнитного радиуса [15] .

Показано, что магнитный анаполь возникает в диэлектрических высокоиндексных частицах. Это состояние получило название гибридного анаполя и близко к понятию магнитного анаполя [16]. Момент среднеквадратичного магнитного радиуса описан теоретически в работах Радеску и Ваман, а также в работах Дубовика и Тугушева [17, 18]. Однако вопрос о конфигурации токов, приводящих к возбуждению среднеквадратичного магнитного радиуса остается открытым. Актуальность введения магнитного среднеквадратичного радиуса является важным в качестве компенсации рассеянных полей от источников/рассеивателей, обладающих магнитными моментами. Тем не менее экспериментальных работ в области возбуждения моментов среднеквадратических радиусов пока нет.

Другим актуальным вопросом является как мультиполи одного или иного порядка взаимодействуют друг с другом. Известно условие Керкера, согласно которому сферическая частица обладает нулевым рассеянием назад, при равенстве ее диэлектрической и магнитной приницаемости [19]. Модификацией условия Керкера является условие между электрическим и магнитным дипольным моментами, которые также демонстрируют нулевое обратное рассеяние от мета-частицы, обладающей этими моментами [20-24].

Известны условия, при которых доказано нулевое рассеяние от частицы обладающей электрическим дипольным и электрическим квадрупольным моментами [25].

В серии работ условие Керкера для конструктивного взаимодействия между электрическим дипольным моментом, тороидным и магнитным моментами сформулировано для диэлектрических наночастиц [26, 27].

Важно также отметить, что в литературе обсуждается правомерность введения тороидного момента. В частности, группа Prof. Carsten Rockstuhl (KIT) демонстрирует, что тороидный момент является дополнительным членом ряда мультипольного разложения в сферических координатах электрического диполя, и, поэтому, его не следует рассматривать как отдельный член мультипольного ряда. Тем не менее, это вопрос терминологии, хотя электродинамический расчет показывает необходимость учета тороидного момента в декартовых координатах для описания взаимодействия электромагнитных волн с объектами тороидальной топологии [28]. Более того, учет тороидного момента ряде мультипольного разложения является необходимостью для объяснения интерференционных эффектов в метачастицах, которые не могут быть объяснены с помощью сферических мультиполей.

В работе [29] авторы вводят понятие тороидных моментов высокого порядка, хотя в ранее установленной терминологии здесь речь идет о моментах среднеквадратических радиусов, предложенной Радеску и Ваман, а также в работах Дубовика и Тугушева [17, 18]. Но важным преимуществом этой методологической работы является подробное описание взаимодействий между мультиполями старшего порядка.

Описание анапольной и тороидный моды были предложены в ряде проводящих трехмерных мета-атомов и метамолекул, которые обладают диссипативными потерями. Однако, анапольный режим основанный на деструктивной интерференции электрического и тороидного дипольных моментов можно наблюдать в структуре, построенной на диэлектрических включениях. Реализовать анапольную моду можно в симметричной структуре из четырех диэлектрических частиц расположенных по углам квадрата, в которых, за счет близкого расположения, возбуждаются Ми-резонансные магнитные моды. Динамический тороидный диполь определяется полоидальными токами на поверхности тора. Магнитные моменты в каждом цилиндре, порожденные токами смещения, образуют вихрь магнитного поля. В идеальном случае такая конфигурация не имеет квадрупольных моментов за счет симметрии. Для достижения анапольного состояния необходимо организовать деструктивную интерференцию электрического и тородного дипольных моментов, что можно реализовать установив дипольную антенну в центре такого кластера. Исследование диэлектрических структур подразумевает использование высокоиндексных диэлектриков с низким тангенсом потерь в рабочей полосе частот, однако, для прототипирования таких сред отлично подходит

дистиллированная вода. Диэлектрическая проницаемость воды в значительной степени зависит от многих параметров, в частности, от температуры. При комнатной температуре реальная часть диэлектрической проницаемости воды $\varepsilon` = 79$, а мнимая часть $\varepsilon`` = 6$. Использование такой платформы для конструирования прототипов имеет ряд преимуществ, во-первых, можно подстраивать параметры материала в ходе измерений, а во-вторых, можно провести измерения электрического и магнитного поля in-situ.

Поле в ближней зоне анапольного состояния определяется сильно локализованными максимумами, в идеальном случае – δ-функцией. Использование дистиллированной воды для прототипирования метаматериала, основанного на четырех диэлектрических цилиндрах позволит экспериментально подтвердить анапольное возбуждение. Таким образом, в работе реализован диэлектрический метаматериал, анапольное состояние которого подтверждено посредством электродинамического моделирования, мультипольного анализа, а также экспериментального исследования коэффициентов прохождения/отражения электрического и магнитного поля в дальней и ближней зоне.

Пересмотр и объединение идей «как локализовать поле» в реальном устройстве - ключи к модернизации и развитию новых методов борьбы с шумом. Использование анапольного режима в двухуровневых системах – кубитах было предложено для повышения времени когерентности [30]. Такой подход получил название «тихий» кубит, так как он защищен от низкочастотного шума $1/f$. Такая идея не получила практической реализации вследствии сложного трехмерного дизайна [31]. В работе будет реализован этот подход, на базе планарного анапольного метаатома.

Архитектура cQED [32] подразумевает использование резонатора считывания, размещенного около с кубитом. Это расширение уже хорошо сформированной технологии широко используется, однако, отрасли нужны масштабируемые, компактные кубиты, хорошо скрытые от окружающей среды. Интересная задача - найти техники для дополнительного улучшения скрытности. Один из подходов заключается в использовании частоты ниже частоты отсечки волновода, где излучение источника хорошо подавляется. Это подавление для непрозрачного режима аналогично влиянию запрещенной зоны [33] на интенсивность излучения атома, находящегося в запрещенной зоне или вблизи нее, что положительно скажется на добротности резонатора, помещенного ниже частоты отсечки.

Актуальность работы обусловлена созданием тороидных метаматериалов, а также неизлучающих анаполей и демонстрацией их электродинамических свойств. Кроме того, актуальность работы заключается в демонстрации сверхпроводящего квантового мета-атома в качестве кубита, основанного на использовании концепции неизлучающей анапольной

конфигурации в рамках создания двухуровневой изолированной системы. Использованный в работе подход расширяет границы применимости анапольных состояний для квантовых измерений. Как видно из представленного обзора тематика возбуждения тороидых и анапольных состояний лежит на переднем крае науки о метаматериалах. Учитывая также, что экспериментальные работы по возбуждению анаполей в квантовых системах в литературе нет, а также нет устоявшейся терминологии, задачи предложенные в диссертации важны для понимания и востребованы научной общественностью, что имеет высокую актуальность для электродинамики в целом.

Таким образом, целью **работы** является исследование электродинамики анапольного состояния и возбуждения тороидных мультиполей, конструирование неизлучающей системы в диэлектрическом метаматериале и сверхпроводящем мета-атоме. Для достижения поставленных целей необходимо решить следующие задачи:

– Разработка модели диэлектрического метаматериала, обладающего анапольным состоянием.

– Экспериментальная демонстрация распределения электрического и магнитного поля в ближней и дальней зоне для анапольного состояния и тороидной моды в диэлектрическом метаматериале.

– Разработка модели квантового анапольного мета-атома в круглом волноводе.

– Экспериментальная демонстрация квантовых свойств ангармонического сверхпроводящего анапольного мета-атома.

Научная новизна

В работе впервые разработан диэлектрический метаматериал, обладающий тороидальным откликом в микроволновом диапазоне частот. На базе этой структуры реализовано анапольное состояние за счет деструктивной интерференции электрического и тороидального дипольного момента, что впервые продемонстрировано посредствам экспериментального исследования электрического и магнитного поля как ближней, так и в дальней зоне. Проведены эксперименты по наблюдению электромагнитного поля в диэлектрическом кластере in-situ, за счет использования дистиллированной воды в качестве материала для прототипирования электромагнитных сред в микроволновом диапазоне частот. Кроме того, в работе предложено использования анапольного состояния для конструирования квантового ангармонического мета-атома, изолированного от внешнего шума. Экспериментально и теоретически

продемонстрирован ангармонизм квантовой анапольной системы с площадью сверхпроводящей поверхности 0.4см^2, равный 0.2 МГц.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Значимость результатов диссертации связана в первую очередь с расширением границ применимости анапольных состояний для реализации систем, где значительную роль играет взаимодействие с внешним шумом. Решения, предложенные в работе, могут найти применение в таких областях как фотоника и квантовые вычисления.

Экспериментальная демонстрация распределений электрического и магнитного поля анапольного состояния, проведенная впервые для диэлектрического метаматериала и имеет фундаментальный характер, однако, топология структуры позволяет использовать это решение для задач возбуждения нелинейных эффектов, сенсорики, за счет сильной локализации электрического поля в субволновой области.

Применение анапольного состояния для конструирования квантового мета-атома или двухуровневой системы – перспективное решение для квантовых вычислений за счет возможности получения большого по сравнению с длинной волны и изолированного объекта,, что положительно скажется на временах декогеренции, кроме того, в работе предложена техника для дополнительного повышения добротности – размещение чипа на частотах ниже частоты среза круглого волновода, что приводит к подавлению излучения в линию вследствие слабой связи. Использованные решения позволили разрешить два первых квантовых уровня сверхпроводящего анапольного мета-атома с площадью сверхпроводящей поверхности $0{,}4\text{см}^2$.

Методы.

Электродинамический расчет структур выполнен в пакетах программ Ansys High Frequency Structure Simulation и CST Microwave studio, методом конечных элементов. В процессе моделирования производится решение уравнений Максвелла. В расчете используется итерационный метод, где решения для компонент электромагнитного поля на следующем шаге находятся по предыдущим итерациям. С помощью этого метода была рассчитаны коэффициенты прохождения/отражения, диаграммы рассеяния, а также электромагнитные поля, наведенные в структуре.

Расчет ближнепольного взаимодействия производился на базе мультипольного разложения токов источника на элементарные гармоники. Разложение проводилось до третьего порядка, включая электрические, магнитные и тороидные семейства мультиполей.

Эксперимент по исследованию коэффициентов прохождения/отражения при комнатной температуре проводился в безэховой камере, изолирующей систему от паразитных переотражений и внешних наводок. Безэховая камера экранирует систему за счет использования радиопоглощающих материалов Терновник ТГ (отражение -40 дБ) и МОХ П – 530, такое решение позволило повысить точность измерения характеристик прохождения/отражения до $\pm 0{,}5$ дБ. В качестве измерительной установки использовался векторный анализатор цепей Rohde & Schwarz ZVB20 по принципу «воздействие–отклик».

Для уменьшения влияния тепловых флуктуаций на кубит, необходимо использование низких температур. Система способная получить стабильную температуру ниже 20 мК являются криостаты растворения. Они используют теплоту смешивания изотопов ^{3}Не и ^{4}Недля получения охлаждения. Для создания измерительной установки с возможностью монтажа большого числа мема-атомов мы использовали волновод круглого сечения ($d = 56.5$ мм) и его моду TM01.

Результаты, полученные в работе проанализированы и согласованы с теоретическими выкладками. Для оценки параметров исследованных систем используется фитирование данных при помощи репозитория Circlefit. Обработка результатов экспериментов проводится в высокоуровневом языке программирования Python, при помощи библиотек Numpy, Matplotlib и др.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Разработана экспериментальная модель диэлектрического метаматериала, обладающего тороидным откликом.
2. Экспериментально продемонстрировано распределение электрического и магнитного поля в ближней и дальней зоне для анапольного состояния и тороидной моды в диэлектрическом мета-атоме.
3. Разработана модель квантового анапольного мета-атома с площадью сверхпроводящей поверхности $0{,}4\text{см}^2$ в круглом волноводе.
4. Экспериментально продемонстрированы квантовые свойства ангармонического сверхпроводящего анапольного мета-атома.

Апробация работы

Результаты работы обсуждались на 8 всероссийских и международных конференциях:

1. Metamaterials 2016, 19-22 September, Chania, Greece, “Toroidal Metamaterials Based on Water”
2. Metamaterials 2017, August 28, 2017, Marseille, France, “All-dielectric Toroidal Metamaterials Based on Water”
3. Photonica 2017, Belgrade, Serbia, 28.08.2017 - 01.09.2017, “All - dielectric metamaterials based on water. Experimental confirmation of the toroidal response”
4. SPIE. Optics and optoelectronics, Prague Czech Republic, 24.04.2017 - 27.04.2017, “All - dielectric perforated metamaterials with toroidal dipolar response”
5. ICEAA 2018, Cartagena, Colombia, September 10 – 14, 10.09.2018 - 14.09.2018, “All - dielectric metamaterials in visible spectral range. Anapole mode excitation”
6. ICEAA 2019, ICEAA. September 9 - 13 2019, Granada, Spain, “All dielectric perforated metamaterials for optics”
7. "Modern trends in the development of functional materials", Russia, Sochi, Sirius, November 11 - 13, 2021, “Metamaterials with a toroidal response”
8. "School of Engineering Solutions 2021", Russia, Vladivostok, "VDC Ocean", October 21 - November 10, 2021, “Autonomous power supply systems”

Личный вклад автора

Автор самостоятельно проводил электродинамические расчеты исследуемых систем для моделирования их свойств, а также выполнил численный и аналитический расчет мультипольных вкладов для исследуемых образцов. Автор принимал участие в фабрикации метаматериалов, в подготовке экспериментальной установки для проведения измерений, как при комнатной температуре, так и для низкотемпературных экспериментов, а так же в проведении всех экспериментальных исследованиях, как в безэховой камере, так и на криостате растворения. Автор принимал активное участие как в обработке и интерпретации полученных результатов, так и в подготовке публикаций.

Публикации.

Материалы диссертации опубликованы в 5 печатных работах в изданиях из перечня ВАК и входящих в базы Web of Science, Scopus, а также 1 патент на изобретение:

1. Stenishchev I. V., Toroidal response in all - dielectric metamaterials based on water / Basharin A. A.// SCIENTIFIC REPORTS (7, 9468), DOI:10.1038/s41598-017-07399-y, 27.06.17, (WoS, Scopus, ВАК)

2. Stenishchev I. V., Nontrivial nonradiating all - dielectric anapole/ Nemkov N. A., Basharin A. A.// SCIENTIFIC REPORTS (7, 1064), DOI:10.1038/s41598-017-01127-2, 27.03.17, (WoS, Scopus, ВАК)
3. Stenishchev I. V., Anapole Mode Sustaining Silicon Metamaterials in Visible Spectral Range/ Ospanova A.K., Basharin A. A.// LASER & PHOTONICS REVIEWS (12, 7), DOI: 10.1002/lpor.201800005, (WoS, Scopus, ВАК)
4. Stenishchev I. V., Toroidal Dipole Mode Observation In Situ/ Pavlov. N., Ospanova A.K., Belov P., Kapitanova P., Basharin A. A.// PHYSICA STATUS SOLIDI B – BASIC SOLID STATE PHYSICS (3, 257), https://doi.org/10.1002/pssb.201900406, (WoS, Scopus, ВАК)
5. Stenishchev I.V. Multipole effects in a toroidal tunable planar metamaterial / Kozhokar' M.V., Chuguevskii V.I., Basharin A.A./ JETP Lett. 2021 (114, 12), 10.31857/S1234567821240083, (WoS, Scopus, ВАК)
6. Стенищев И.В., Башарин А.А., Диэлектрический метаматериал с тороидным откликом, Номер патента: RU 2666965 C2 Год Публикации: 2018

Вклад соавторов

Все работы по теме диссертации опубликованы в соавторстве с научным руководителем А. А. Башариным. Было проведено большое количество дискуссий совместно с А. Башариным и С. Гильмулиным.

А. Оспанова и М. В. Кожокарь принимали участие в численном моделировании электродинамики исследуемых структур. С. Гильмулин принимал активное участие в проведении эксперимента.

Структура и объем диссертации

Диссертация изложена на 101 странице, состоит из введения, 3 глав, заключения, списка литературы, включающего 125 наименований. Работа проиллюстрирована 50 рисунками и содержит 7 таблиц.

Глава 1. Теоретические сведения и аналитический обзор литературы

1.1. Метаматериалы и их свойства

Метаматериал и метаповерхности – структуры, свойства которых зависят не столько от свойств составляющих элементов, сколько от их размера, формы и периодичности. Отличительная особенность таких структур заключается в возможности модифицировать диэлектрическую и магнитную проницаемость, что приводит к уникальным свойствам за счет управления законами дисперсии, отражения и преломления электромагнитных волн. Обсуждение «левосторонних» сред велось со второй половины 20-го века [34-36]. Пионерской работой в этой области является статья В. Г. Веселаго в которой была предложена концепция «левосторонней» среды [37]. Такие материалы обладают отрицательным коэффициентом преломления. Активные исследования в этом направлении привели к реализации концепции в широком спектре устройств, таких как фильтры, антенные решетки и резонаторы, в частотах от радиоволн до видимого диапазона. Материалы с отрицательным коэффициентом преломления способны изменить угол отклонения падающей волны при прохождении границы раздела сред. Электромагнитная волна в средах описывается уравнением, связанным с частотой волны.

$$k^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 n^2 = 0 \qquad (1)$$

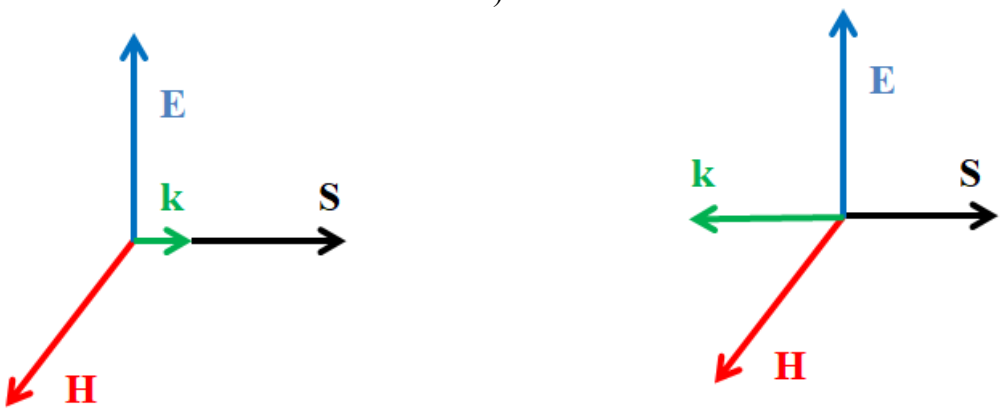
Здесь k – волновое число, ω – угловая частота, c – скорость света в вакууме, $n = \varepsilon\mu$ – квадрат коэффициента преломления, μ, ε – магнитная и диэлектрическая проницаемость соответственно, преобразуем выражение с помощью соотношения для волнового числа ($k = 2\pi/\lambda$),

$$\omega = \frac{c}{n}k \qquad (2)$$

Материалы, в которых распространяется электромагнитная волна можно разделить на две группы – «правые» и «левые». Главным отличием здесь является базис, в котором располагаются вектора, характеризующие поле (вектор электрического поля $\mathbf{E}$, вектор магнитного поля $\mathbf{H}$ и волновой вектор $\mathbf{k}$). В классических материалах, где $\mu > 0$ и $\varepsilon > 0$, вектора $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ и $\mathbf{k}$ образуют правую тройку векторов, в случае, когда $\mu < 0$ и $\varepsilon < 0$, вектора $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ и $\mathbf{k}$ образуют левую тройку векторов (рисунок 1.1).

$$[\mathbf{kE}] = \left(\frac{\omega}{c}\right)\mu\mathbf{H}$$
$$[\mathbf{kH}] = -\left(\frac{\omega}{c}\right)\varepsilon\mathbf{E} \qquad (3)$$

а) б)



(а) «Левая» тройка векторов. (б) «Правая» тройка векторов.

Рисунок 1.1 – Вектора **E**, **H** и **k** в правых (а) и левых (б) средах

Описание распространения электромагнитной волны можно с помощью групповой и фазовой скорости.

$$v_{ph} = \frac{c}{n} = \frac{\omega}{k}$$
$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} \qquad (4)$$

Можно заметить, что v_{ph} может быть отрицательной. В таком случае, естественно, энергия передается от источника к приемнику, однако набег фазы движется, наоборот, от приемника к источнику. Групповую скорость можно интерпретировать как перемещение амплитудного максимума. На протяжении 30 лет после выхода статьи В. Веселаго «левосторонние» материалы не обсуждались ни теоретически, ни экспериментально. Первую экспериментальную реализацию материала с отрицательной диэлектрической проницаемостью предложил Дж. Пендри [38, 39]. Его идея заключалась в наведении дипольных моментов в массиве тонких цилиндрических частиц. При возбуждении структуры падающей электромагнитной волной микроволнового диапазона частот в каждой частице наводятся токи. В такой случае диэлектрическая проницаемость имеет частотную зависимость, которую можно выразить через частоту электронной плазмы ω_{pe} и некоторый параметр затухания ξ.

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{2\pi c^2}{p^2\ ln\ ln\left(\frac{p}{a}\right)}}, \qquad \xi = \frac{2\omega_{pe}^2 \varepsilon_0}{\pi\sigma}\left(\frac{p}{a}\right)^2 \tag{5}$$

Здесь p – параметр периодичности цилиндров, c – скорость света, a – радиус цилиндра, σ – удельная проводимость. Частотная зависимость диэлектрической проницаемость принимает вид:

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 + i\omega\xi} \tag{6}$$

Дж. Пендри не остановился на достижении отрицательной диэлектрической проницаемости. Отрицательная магнитная проницаемость была реализована в массиве из проводящих разрезанных колец (SRR). На частотах выше резонансной для такой структуры в микроволновой полосе частот наблюдаются отрицательные значения магнитной проницаемости. Частотная зависимость для магнитной проницаемости описывается через резонансную частоту ω_{0m} и некоторый параметр затухания ξ.

$$\omega_{0m} = c\sqrt{\frac{3p}{\pi\ ln\ ln\left(\frac{2wa^3}{\delta}\right)}}, \qquad F = \pi\left(\frac{p}{a}\right)^2, \qquad \xi = \frac{2pR_1}{a\mu_0} \tag{7}$$

Здесь a – радиус меньшего кольца, δ – параметр периодичности, R_1 – сопротивление проводника.

$$\mu_r(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_{0m}^2 + i\omega\xi} \tag{8}$$



Рисунок 1.2 – метаматериал, обладающий отрицательным коэффициентом преломления.

Объединение предложенных идей было реализовано в работах Д.Р. Смита для конструирования метаматериала с отрицательным коэффициентом преломления (рисунок 1.2) [40]. Активные исследования метаматериалов привело к ряду интересных эффектов. Одним из таких эффектов является преодоление дифракционного предела. Разрешить объекты, расстояние между которыми меньше длины волны считалось невозможной задачей до 2000 года. Идею создания линзы, способной преодолеть дифракционный предел предложил Дж. Пендри [41] основываясь на работах В. Веселаго [37]. Он показал, что в отличие от классических сред эванесцентные волны в метаматериалах усиливаются пластиной отрицательно преломляющей линзы. Позже, эффект по сверхразрешению наблюдали экспериментально в 2003 году [42, 43], а такие линзы получили название суперлинзы. Метаматериалы открыли возможность сильной локализации электромагнитных полей. Сегодня этот эффект применяется в ряде областей, например антенная техника, лазеры, резонаторы и т.д. Локализация электромагнитного поля в субволновой области вещества так же интересна для локального возбуждения нелинейных систем. Еще одна область, вызывающая большой интерес сегодня – сокрытие объектов от электромагнитных волн. Невидимость – один из интригующих эффектов современной электродинамики. Первая интерпретация была сделана Вудом в 1902 году. В частности, им было указано: “Прозрачное тело, независимо от его формы, является невидимым, если оно помещено в среду, имеющую такой же коэффициент преломления, как и само тело” [44]. Следующим шагом в развитие теории невидимости являлась трансформационная оптика [45]. Этот подход позволяет скрыть объекты простой геометрии, за счет их покрытия многослойной структурой. Причем коэффициент преломления каждого слоя выбран так, чтобы падающий на систему свет преломлялся на каждом слое и огибал скрываемый объект. Этот подход получил название “cloaking”, т.е. устройство маскировки. Дальнейшее развитие устройства маскировки получили в области скрытия объектов за счет изменения их поверхностного импеданса, были продемонстрированы плазмонный клокинг, метаповерхностный клокинг (mantle cloaking) – наведение противофазных токов в оболочке и в скрываемом объекте, а также мультипольный клокинг (интерференция мультиполей со схожей диаграммой рассеяния) [46].

1.2. Мультипольное разложение токов , интерференционные члены

Взаимодействие метаматериала с электромагнитной волной может приводить к возникновению различных эффектов, таких как резонансы Фано-типа, анапольный режим, эффекты Керкера. Эти характеристики можно оценить по спектрам прохождения, отражения или рассеяния, построив математическую модель, проведя симуляцию или поставив

физический эксперимент. Природа этих эффектов основана на возбуждении мультипольных моментов, для анализа которых используют системы зарядов, их интенсивность, мощность и интерференцию. Мультипольное разложение – разложение токов источника по гармоникам, которые соответствуют мультипольным моментам.

Стандартная мультипольная декомпозиция, позволяющая разложить токи и поля источника на элементарные гармоники, включает в себя мультиполи электрического и магнитного семейства для описания характеристик излучения объекта [1]. Однако, для воспроизведения полной картины рассеяния электромагнитных волн объектами сложной формы и получения физических результатов необходим учет тороидальных мультиполей [2]. Математическая модель мультипольного разложения включает мультиполи высоких порядков, такие как октуполи, 16-pole, 32-pole и среднеквадратичные радиусы [47]. Третий член этого разложения – тороидный дипольный момент, который не включен в рассмотрение в классических учебниках по электродинамике, так как в дальней зоне он не отличим от электрического диполя [48]. Первое упоминание тороидного дипольного момента привел Зельдович Я.Б. в 1957 году в атомной физике [49], а далее обсуждалась возможность наведения тороидальных токов в большом количестве систем [47, 50]. Электромагнитные поля, описываемые в дальней зоне можно представить через комбинацию вкладов электрического, магнитного, тороидного семейства с учетом их высших порядков. Каждый из этих вкладов определяется диаграммой направленности, которую схематически можно представить в виде поверхностей (рисунок 1.3). Диаграмма направленности электрического дипольного момента образуется двумя осциллирующими зарядами и представляет собой равномерное распределение излучение во всех направлениях. Отдельный член мультипольного разложения – тороидный момент – может быть описан с помощью циркуляции эффективного магнитного тока [51]. В сложных трехмерных системах могут возникать токи, осциллирующие по поверхности тора – полоидальные токи – соответствующие возбуждению тороидальных моментов [52], включение которых в мультипольную декомпозицию расширяет применимость этой методики для сложных трехмерных систем [53, 54, 55]. Квадрупольные и октупольные системы имеют более сложную конфигурацию зарядов, которая приводит к получению дополнительных лепестков на диаграмме направленности (рисунок 1.3).

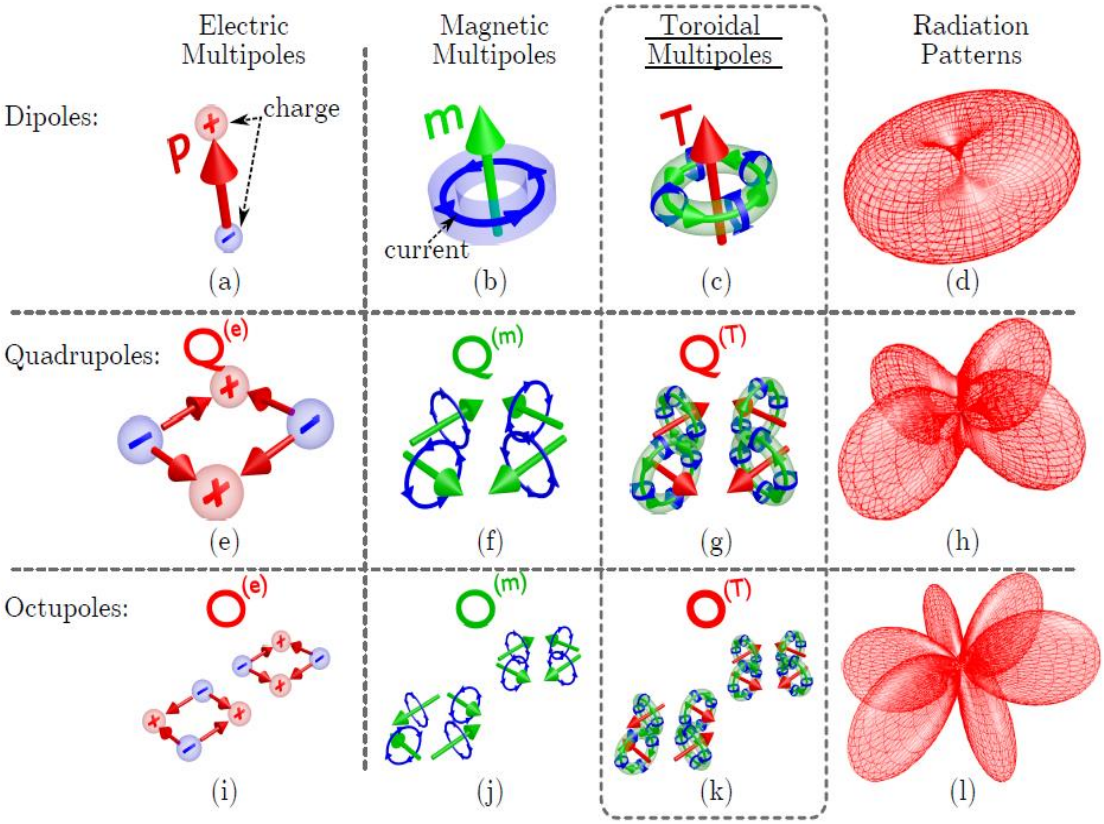


Рисунок 1.3 – Диаграммы направленности диполей, квадруполей и октуполей.

1.2.1. Мультипольное разложение скалярного потенциала стационарного поля.

Для получения коэффициентов мультипольного разложения запишем уравнение Максвелла, полученное из закона Кулона в дифференциальной форме, где $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r})$ функция пространства.

$$div\mathbf{E} = 4\pi\rho \tag{9}$$

Введем потенциал электростатического поля (нет зависимости от времени)

$$\mathbf{E} = -\vec{\Delta}\varphi \tag{10}$$

Подставив это уравнение в уравнение Максвелла, учитывая, что дивергенция от градиента есть оператор Лапласа ($div\ grad\ \varphi = \triangle\ \varphi$), получим , что $\triangle\ \varphi = -4\pi\rho$

Допустим, имеется ограниченное в пространстве dV распределение зарядов с плотностью $\rho(\mathbf{r})$ (рисунок 1.4), Проинтегрируем неоднородность $-4\pi\rho$ с функцией Грина для задачи Лапласа

$$\varphi(\mathbf{R}) = \int (-4\pi\rho)\frac{-1}{4\pi|\mathbf{R}-\mathbf{r}|}dV = \int \frac{\rho(\mathbf{r})}{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|}dV \tag{11}$$

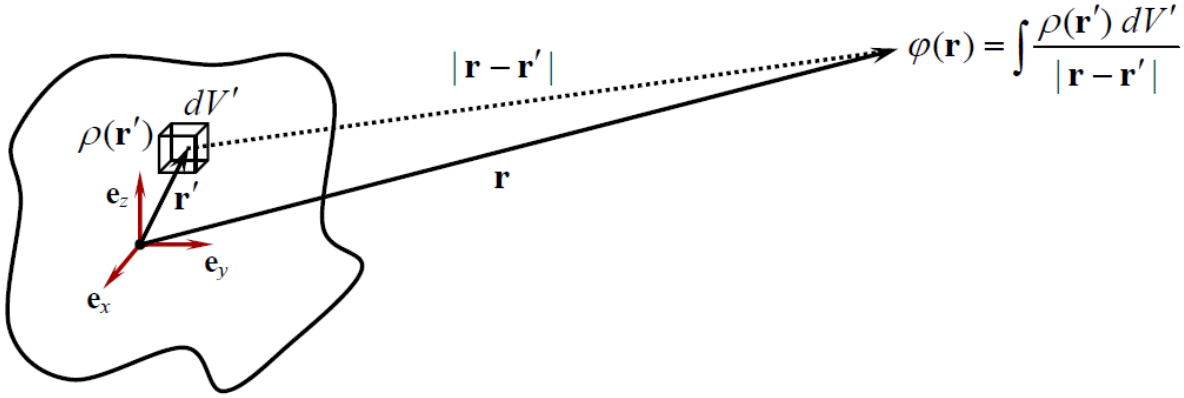


Рисунок 1.4 – Область интегрирования по малому объему.

Поскольку $\frac{|\mathbf{R}|}{|\mathbf{r}|} \ll 1$, а значит, в уравнении возникает малый параметр, который можно разложить в ряд Тейлора с помощью формулы $(1+\varepsilon)^{\gamma} = 1 + \gamma\varepsilon + \frac{\gamma(\gamma-1)}{2}\varepsilon^2 + \cdots$, где в качестве малого параметра возьмем $\varepsilon = \left(\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{R}}\right)^2 - \frac{2(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})}{R^2}$, получим

$$\begin{aligned}\frac{1}{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|} = \frac{1}{\sqrt{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|^2}} = \frac{1}{\sqrt{R^2+r^2-2(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})}} = \frac{1}{r\left(1+\left(\frac{r}{R}\right)^2 - \frac{2(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \\ = \frac{1}{r}\left(1 - \frac{\varepsilon}{2} + \frac{3}{8}\varepsilon^2 + \cdots\right)\end{aligned} \tag{12}$$

Раскрывая скобки, ограничимся слагаемыми до второго порядка включительно по компонентам вектора $\vec{r}$`, сгруппировав слагаемые, получим:

$$\frac{1}{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|} = \frac{1}{R} + \frac{(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})}{R^3} + \frac{3}{2R^5}\left((\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})^2 - \frac{1}{3}R^2r^2\right) + \cdots \tag{13}$$

Подставим это в исходный интеграл, где интегрирование не затрагивает компонент вектора r, то их можно будет вынести из-под знака интеграла. Для этого необходимо расписать $(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})$ и $(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})^2$. Воспользуемся соглашением Эйнштейна о суммировании, а также определением дельта символа Кронекера δ_{ij} ($\delta_{ij} = 1$, если $i = j$, и $\delta_{ij} = 0$, если $i \neq j$)

$$(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r}) = R_i r_i$$

$$(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})^2 = R_i R_j r_i r_j$$

$$(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})^3 = R_i R_j R_k r_i r_j r_k$$

$$(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})^4 = R_i R_j R_k R_l r_i r_j r_k r_l \qquad (14)$$

$$R^2 r^2 = R^2 \delta_{ij} r_i r_j$$

$$(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r}) R^2 r^2 = \frac{1}{3} R^2 (R_i \delta_{jk} + R_j \delta_{ik} + R_k \delta_{ij}) r_i r_j r_k$$

подставим полученное выражение в формулу для потенциала

$$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{1}{R}\int \rho(\mathbf{r})\, dV + \frac{1}{R^3}\int R_i \rho(\mathbf{r})\, dV + \frac{3}{2R^5}\int \rho(\mathbf{r})\left(R_i R_j - \frac{1}{3}R^2\delta_{ij}\right) dV = \varphi_0 + \varphi_1 + \varphi_2 \qquad (15)$$

- $\varphi_0 = \frac{Q}{R}$ это разложение потенциала до нулевого порядка, считая его точечным зарядом,
- $\varphi_1 = \frac{1}{R^3} r \int \rho(\mathbf{r}) R_i\, dV$ рассмотрение системы как диполя $\mathbf{d}$, за вклад которого отвечает $\mathbf{d} = \int \rho(\mathbf{r}) R_i\, dV$, тогда потенциал можно записать как $\varphi_1 = \mathbf{d}\frac{\mathbf{r}}{R^3}$
- $-\varphi_2 = \frac{3}{2R^5}\int \rho(\mathbf{r})\left((\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})^2 - \frac{1}{3}R^2 r^2\right) dV$` компоненты тензора квадрупольного момента системы зарядов $Q_{\alpha\beta} = \int \rho(\mathbf{r})\left((\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})^2 - \frac{1}{3}R^2 r^2\right) dV$`, где $(\alpha, \beta = 1, 2, 3)$, тогда потенциал можно записать как $\varphi_2 = Q_{\alpha\beta}\frac{3}{2R^5}$

1.2.2. Мультипольное разложение векторного потенциала магнитостатического поля.

Теперь рассмотрим распределение токов в вакууме, векторный потенциал этого распределения задается выражением

$$\mathbf{A}(\mathbf{R}) = \frac{1}{\mathrm{c}}\int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r})}{|\boldsymbol{R} - \boldsymbol{r}|} dV \qquad (16)$$

Аналогично предыдущему пункту разложим потенциал в ряд Тейлора по малому параметру $\frac{1}{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|}$. Ограничившись первыми двумя членами, получим

$$\mathbf{A}(\mathbf{R}) = \frac{1}{\mathrm{c}R}\int_V \mathbf{J}(\mathbf{r}) dV + \frac{1}{\mathrm{c}R^3}\int_V \mathbf{J}(\mathbf{r})(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r}) dV + \frac{1}{2R^5}\int_V \mathbf{J}(\mathbf{r})\,(3(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})^2 - \mathbf{R}^2\mathbf{r}^2) dV \ldots \qquad (17)$$

Первый член в этом разложении равен нулю $\int \mathbf{J}dV = 0$, что означает, что в разложении не существует члена, аналогичного потенциалу точечного заряда, рассмотрим второй член этого разложения.

$$\frac{1}{cR^3}\int_V \mathbf{J}(\mathbf{r})(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})dV = \frac{1}{cR^3}\frac{1}{2}\int \left[[\mathbf{r}\times\mathbf{J}(\mathbf{r})]\times\mathbf{R}\right]dV \tag{18}$$

Введем вектор, определяющий магнитный дипольный момент системы

$$\mathbf{M} = \frac{1}{2}\int [\mathbf{r}\times\mathbf{J}(\mathbf{r})]\,dV \tag{19}$$

Третий член разложения в соответствии с формулами из таблицы

$$\int_V \mathbf{J}(\mathbf{r})\,(3(\mathbf{R}\cdot\mathbf{r})^2 - \mathbf{R}^2\mathbf{r}^2)dV = \left(3R_jR_k - R^2\delta_{jk}\right)\int_V \mathrm{j_i} r_J r_k dV = \varepsilon_{ijl}\left(3R_jR_k - R^2\delta_{jk}\right)m_{jk} \tag{20}$$

здесь ε_{ijl} символ Леви – Чивиты. Введем m_{jk} как квадрупольный момент системы

$$m_{jk} = \frac{2}{3}\int [\mathbf{r}\times\mathbf{J}(\mathbf{r})]_i r_j dV \tag{21}$$

Итоговый потенциал получим

$$A\mathbf{A}(\mathbf{R}) = \frac{[\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{R}]}{cR^3} + \frac{1}{2cR^5}\varepsilon_{ijl}\left(3R_jR_k - R^2\delta_{jk}\right)m_{jk} + \cdots \tag{22}$$

1.2.3. Мультипольное разложение скалярного и векторного потенциала как функции от времени.

Рассмотрим динамическое электромагнитное поле. Скалярный (φ) и векторный ($\mathbf{A}$) потенциалы будут зависеть не только от радиус-вектора, но и от времени ($\varphi(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$), так как временной зависимостью будут обладать плотность заряда $\rho(\mathbf{r},t)$ и электрический ток $\boldsymbol{J}(\mathbf{r},t)$. Временная задержка электромагнитного отклика будет функцией от $|\mathbf{R}-\mathbf{r}|$, и связана со скоростью света в вакууме. Время запаздывания в произвольной точке будет равно $t` + \triangle t = t - \frac{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|}{c}$, а в начале координат $\frac{\mathbf{R}}{c}$, где c это скорость света в вакууме. Тогда запаздывающие скалярный и векторный потенциалы будут выглядеть следующим образом

$$\varphi(\mathbf{R},\mathrm{t}) = \int \frac{\rho\left(\mathbf{r},\mathrm{t}-\frac{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|}{c}\right)}{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|}dV$$
$$(\mathbf{R},\mathrm{t}) = \frac{1}{\mathrm{c}}\int_V \frac{\mathbf{J}\left(\mathbf{r},\mathrm{t}-\frac{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|}{c}\right)}{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|}dV \quad (23)$$

Здесь зависимость от времени полагается $e^{-i\omega t}$, где ω – угловая частота. Наличие малого параметра дает возможность разложить в ряд Тейлора скалярный и векторный потенциалы. Подставив выражения в уравнения калибровки Лоренца $\mathbf{E} = -\vec{\Delta}\varphi(\mathbf{R},\mathrm{t}) - \mathbf{A}(\mathbf{R},\mathrm{t})$, электрическое поле в дальней зоне будет иметь вид:

$$E_i = \frac{k^2}{4\pi\varepsilon_0 R}e^{ikR}\left[\left(n_i n_j - n^2\delta_{ij}\right)\left(-p_j + \frac{ik}{2}\underline{Q}_{jk}^{(e)}n_k + \frac{k^2}{6}\underline{O}_{jkp}^{(e)}n_k n_p + \frac{-ik^3}{24}\underline{S}_{jkpl}n_k n_p n_l + -\frac{k^4}{120}\underline{X}_{jkplt}n_k n_p n_t\right) + \varepsilon_{ikj}n_k\left(\frac{-1}{c}m_j + \frac{ik}{2c}Q_{jp}^{(m)} + \frac{k^2}{6c}O_{jpl}^{(m)}n_p n_l + \frac{-ik^3}{24c}Y_{jplt}n_p n_l n_t\right)\right] \quad (24)$$

Здесь исключены ближнепольные компоненты. В выражении используется правило суммирования Эйнштейна для упрощения математических выкладок. Для тензора четвертого ранга подстановка повторяющегося индекса имеет вид

$$S_{jkpl} = S_{ij11} + S_{ij22} + S_{ij33}, \text{где } i,j,k \ldots = \{1,2,3\}, n_i = \frac{R_i}{|R|} \quad (25)$$

Таблица 1. Порядок и тип декартовых мультиполей.

Порядок	Электрические	Магнитные
1	$p_i = \frac{i}{\omega}\int J_i dv$	-
2	$\overline{Q}_{ij}^{e} = \frac{i}{\omega}\int r_j J_i + r_i J_j dv$	$m_j = \frac{1}{2}\int(\mathbf{r}\times\mathbf{J})_j dv$
3	$\overline{O}_{ijk}^{e} = \frac{i}{\omega}\int r_k r_j J_i + r_k r_i J_j + r_i r_j J_k dv$	$Q_{jp}^{m} = \frac{2}{3}\int r_p(\mathbf{r}\times\mathbf{J})_j dv$

4	$\overline{S}_{ijk} = \frac{i}{\omega}\int r_l r_k r_j J_i + r_l r_k r_i J_j + r_l r_i r_j J_k + r_i r_k r_j J_l dv$	$O^m_{jpl} = \frac{3}{4}\int r_l r_p (\mathbf{r}\times\mathbf{J})_j dv$

Полученные мультиполи образуют несимметричные и не обесслеженные тензоры. Однако, они должны быть инвариантны к геометрическим преобразованиям, что накладывает требования быть обесслеженными и симметричными. Пример симметризации для тензора 3-го ранга выглядит следующим образом:

$$\underline{A}_{ijk} = \frac{1}{3!}\sum_{ijk} A_{ijk} = \frac{1}{3!}(A_{ijk} + A_{ikj} + A_{jik} + A_{jki} + A_{kji} + A_{kij}) \tag{26}$$

Задача о нахождении следа тензора сводится к приравниванию к нулю элементов главной диагонали для тензора второго ранга. Для тензоров с большей размерностью эта задача нетривиальна.

$$\underline{\underline{A}}_{\alpha_1\ldots\alpha_n} = \sum_{m=0}^{\left|\frac{n}{2}\right|} (-1)^m (2n-2m-1)!! \sum_{\alpha_1\ldots\alpha_n} \delta\alpha_1\alpha_2 \ldots \delta\alpha_{2m-1}\alpha_{2m}\, \underline{A}^{n:m}_{\alpha_{2m+1}\alpha_n} \tag{27}$$

Полученный тензор после симметризации и обесслеживания здесь обозначается с помощью двойного подчеркивания $\underline{\underline{A}}$.Таким образом, после этой операции из примитивных декартовых мультиполей получим обесслеженные и симметричные тензоры вкладов тороидальных моментов. Полное рассеянное электрическое поле с учетом этих остаточных членов будет иметь вид:

$$\mathbf{E} = \frac{k^2}{4\pi\varepsilon_0} e^{i\mathbf{kr}} \frac{1}{R} \left[\left(\mathbf{n} \times \left[\left(\mathbf{p} + \frac{ik}{c}\mathbf{T}^e + \frac{ik^3}{c}\mathbf{T}^{2e} \right) \times \mathbf{n} \right] \right) + \frac{ik}{2} \left(\mathbf{n} \times \left[\mathbf{n} \times \left(\left(\hat{\hat{Q}}^e + \frac{ik}{c}\hat{\hat{T}}^{Qe} \right) \cdot \boldsymbol{n} \right) \right] \right) + \frac{k^2}{6} \left(\mathbf{n} \times \left[\mathbf{n} \times \left(\left(\hat{\hat{O}}^e + \frac{ik}{c}\hat{\hat{T}}^{Oe} \right) \cdot \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{n} \right) \right] \right) + \frac{ik^3}{24} \left(\mathbf{n} \times \left[\left(\hat{\hat{S}} \cdot \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{n} \right) \times \mathbf{n} \right] \right) + \frac{1}{c} \left(\left[\mathbf{m} + \frac{ik}{c}\mathbf{T}^m \right] \times \mathbf{n} \right) + \frac{ik}{2c} \left(\mathbf{n} \times \left[\left(\hat{\hat{\bar{Q}}}^m + \frac{ik}{c}\hat{\hat{\bar{T}}}^{Qm} \right) \cdot \boldsymbol{n} \right] \right) + \frac{k^2}{6c} \left(\mathbf{n} \times \left[\hat{\hat{\bar{O}}}^m \cdot \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{n} \right] \right) \right] \tag{28}$$

Здесь верхним индексом обозначены декартовы мультиполи из которых получены тороидальные моменты, например, $\hat{\bar{T}}^{Qe}$ – тороиднальный момент, полученный при симметризации и обесслеживания электрического квадруполя.

Таблица 2. Полученные тороидальные мультиполи.

Порядок	Тороидальные электрические мультиполи	Тороидальные магнитные мультиполи
1	$T_j^e = \frac{1}{10}\int (\mathbf{J}\cdot\mathbf{r})r_j - 2r^2 J_j dv$ $T_j^{2e} = \frac{1}{280}\int 3r^4 J_j - 2r^2(\mathbf{r}\cdot\mathbf{J})r_j dv$	
2	$\bar{\bar{T}}_{jk}^{Qe} = \frac{1}{42}\int 4(\mathbf{J}\cdot\mathbf{r})r_j r_k + 2(\mathbf{J}\cdot\mathbf{r})r^2\delta_{jk} - 5r^2(r_j J_k + r_k J_j)\, dv$	$T_j^m = \frac{i\omega}{20}\int r^2(\mathbf{r}\times\mathbf{J})_j dv$
3	$\bar{\bar{T}}_{jk}^{Oe} = \frac{1}{300}\int 35(\mathbf{J}\cdot\mathbf{r})r_j r_k r_l - 20r^2\left(J_l r_k r_j + J_k r_l r_j + J_j r_l r_k\right) + (\delta_{lj}\delta_{kp} + \delta_{lk}\delta_{jp} + \delta_{lp}\delta_{jk})\cdot((\mathbf{r}\cdot\mathbf{J})r^2 r_p + 4J_p r^4)dv$	$\bar{\bar{T}}_{jp}^{Qm} = \frac{i\omega}{42}\int r^2\left[r_j(\mathbf{r}\times\mathbf{J})_p + (\mathbf{r}\times\mathbf{J})_j r_p\right]dv$

Далее в работе будет использоваться рассеянная мощность мультиполей

$$dP_{scat} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_d}{\mu_0}}|\mathbf{E_{scat}}|^2 d\Omega \tag{29}$$

Интегрируя по телесному углу и подставляя неприводимое мультипольное разложение, получим мощность, рассеянную мультиполями.

$$P_{scat} = \frac{k_0^4\sqrt{\varepsilon_d}}{12\pi\varepsilon_0 c\mu_0}\left|p_i + \frac{ik}{c}T_i^e + \frac{ik^3}{c}T_i^{2e}\right|^2 + \frac{k_0^4\varepsilon_d\sqrt{\varepsilon_d}}{12\pi\varepsilon_0 c}\left|m_i + \frac{ik}{c}T_i^m\right|^2 + \frac{k_0^6\varepsilon_d\sqrt{\varepsilon_d}}{160\pi\varepsilon_0^2 c\mu_0}\left|\bar{Q}_{ij}^e + \frac{ik}{c}\bar{T}_{ij}^{Qe}\right|^2 + \frac{k_0^6\varepsilon_d^2\sqrt{\varepsilon_d}}{160\pi\varepsilon_0 c}\left|\bar{Q}_{ij}^m + \frac{ik}{c}\bar{T}_{ij}^{Qm}\right|^2 + \frac{k_0^8\varepsilon_d^2\sqrt{\varepsilon_d}}{3780\pi\varepsilon_0^2 c}\left|\bar{O}_{ijk}^e + \frac{ik}{c}\bar{T}_{ijk}^{Oe}\right|^2 + \frac{k_0^8\varepsilon_d^3\sqrt{\varepsilon_d}}{3780\pi\varepsilon_0 c}\left|\bar{O}_{ijk}^m\right|^2. \quad (30)$$

1.3. Деструктивная интерференция электрического и тороидного диполя.

Электродинамика метаматериалов – область, находящаяся на переднем крае науки за счет возможности создавать структуры, свойства которых не встречаются в классических материалах средах. Активные исследования этой области позволяют реализовать такие эффекты как отрицательное преломление, распространение обратных волн, обратный эффект Вавилова — Черенкова, сверхразрешение и неизлучающие состояния. Поиск таких состояний активно развивается с работ Шотта о сферической неизлучающей частице [56] . Позже этот подход неоднократно дополнялся [57], были предложены новые конфигурации не излучающих систем [58] и построена общая теория неизлучающих источников [59]. Анапольный эффект – одно из наиболее интересных реализаций не излучающих состояний, характеризующийся локализацией энергии только в ближней зоне. Дело в том, что распределение зарядов в анапольных системах характеризуются доминирующими вкладами электрического и тороидного диполей. Важной особенностью для этих членов мультипольного разложения является одинаковость диаграмм рассеяния в дальней зоне, следовательно, можно устроить их деструктивную интерференцию сохранив только излучение в точке расположения диполей. Такие реализации исследованы в ряде структур [60 – 71] и нашли применение в сенсорике, лазерах, и нелинейной оптике [72-83].

Пионерские работы по исследованию анапольного состояния заключались в возбуждении особой конфигурации токов – тороидной моды. Эта мода представляет собой четыре синфазных контура расположенных по углам квадрата. Впервые такую структуру удалось реализовать в массиве из разорванных колец (SRR) [84]. Авторы фактически обозначили структуру электромагнитных полей для тороидальной моды, которая характеризуется высокими порядками резонансной добротности. Однако, возбуждение идеального тороидного отклика является трудоемкой задачей, так как он чрезвычайно чувствителен даже к минимальным потерям, вносимым в систему. Передовые решения этой задачи - использование плотно сфокусированного радиально поляризованного света или сфокусированного кольцевого импульса [85]. В этом случае рассеяние системы будет определяться исключительно

тороидным диполем, который излучает с теми же угловыми моментами что и электрический диполь. Это обуславливает растущий интерес к тороидальным материалам – возможность получения анапольного режима – высокодобротного безызлучательного состояния, в котором электрическое и магнитное поле электрического диполя $P = Pe^{iwt}$ в дальней зоне имеют сложный вид [86]:

$$E_P = \left[\frac{(r \cdot \boldsymbol{P})F(\omega,r)}{c^2r^2}r - \frac{G(\omega,r)}{c^2}\,\boldsymbol{P}\right]\frac{exp(-ikr+i\omega t)}{r},$$
$$H_P = \frac{ikD(\omega,r)}{cr}[r \times \boldsymbol{P}]\frac{exp(-ikr+i\omega t)}{r}. \quad (31)$$

Электрическое и магнитное поле в дальней зоне для тороидального диполя $T = Te^{ewt}$выражается аналогично:

$$E_T = \left[\frac{ikG(\omega,r)}{c^2}\,\boldsymbol{T} - \frac{ik(r \cdot \boldsymbol{T})F(\omega,r)}{c^2r^2}\,r\right]\frac{exp(-ikr+i\omega t)}{r}$$
$$H_P = -\frac{k2D(\omega,r)}{cr}[r \times \boldsymbol{T}]\frac{exp(-ikr+i\omega t)}{r} \quad (32)$$

функции $D(\omega,r), F(\omega,r), G(\omega,r)$ определяются следующим образом

$$D(\omega,r) = i\omega + cr = c(ik + 1r)$$
$$F(\omega,r) = -\omega^2 + 3i\omega cr + c^2r^2 = c^2(-k^2 + 3ikr + 3r^2) \quad (33)$$
$$G(\omega,r) = -\omega^2 + i\omega cr + c^2r^2 = c^2(-k^2 + ikr + 1r^2)$$

Получив структуру обладающую одновременно электрическим и тороидным диполем, электрическое и магнитное поле будет выражаться следующим образом:

$$E_{tot} = E_P + E_T = \left[\frac{\big(r \cdot (\boldsymbol{P} - ik\boldsymbol{T})\big)F(\omega,r)}{c^2r^2}\,r - \frac{G(\omega,r)}{c^2r^2}\,(\boldsymbol{P} - ik\boldsymbol{T})\right]\frac{exp(-ikr+i\omega t)}{r}$$
$$H_{tot} = H_P + H_T = \frac{ikD(\omega,r)}{cr}\,[r \times (\boldsymbol{P} - ik\boldsymbol{T})]\,\frac{exp(-ikr+i\omega t)}{r} \quad (34)$$

Таким образом, при соблюдении условия ($\mathbf{P} = \mathrm{ik}\mathbf{T}$) происходит деструктивная интерференция электромагнитных полей электрического и тороидного диполей в дальней зоне. Это расширение нашло практические реализации в метаматериалах [87]. Создав структуру, которая позволит расположить электрический и тороидный диполи в точке $x = 0$, электрическое и магнитное поле будет выглядеть как суперпозиция этих диполей [88]. Такая конфигурация создает точечный анаполь, поля которого описываются дельта функцией δ.

$$E_{tot}(r = 0) = ik\,\mathbf{T}\delta(r)exp(i\omega t)$$
$$H_{tot}(r = 0) = ik\,curl[\mathbf{T}\delta(r)]exp(i\omega t) \quad (35)$$

Несмотря на большое количество практических реализаций таких структур, возбуждение анапольной моды остается достаточно сложной задачей, дело в том, что его появление может сопровождаться мультипольными откликами более высоких порядков. Управление полной картиной мультипольного разложения возможно благодаря использованию концепции метаматериалов.

1.4. Выводы по первой главе.

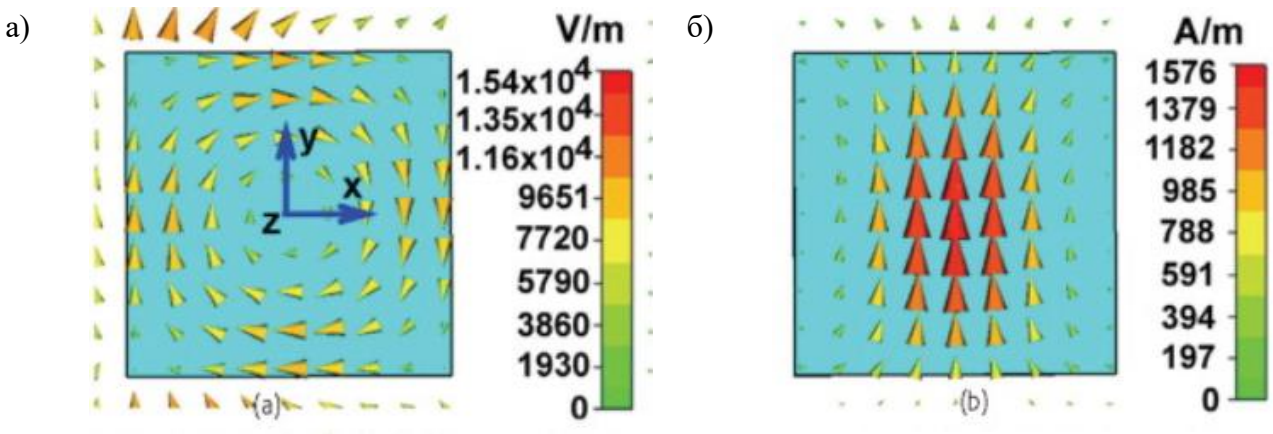
Метаматериалы и метаповерхности позволяют реализовать широкий спектр эффектов, например, эффекты Керкера, анапольный режим и сверхсильная локализация электромагнитных полей. Пересмотр и объединение идей «как локализовать поле?» ключи к определению изолированных систем, которые могут найти применения в таких областях как сенсорика экранирование и квантовые вычисления.

Физика анапольного состояния – одно из наиболее интересных реализаций не излучающих состояний, характеризующийся локализацией энергии только в ближней зоне. Такой подход был исследован на базе деструктивной интерференции, электрического и тороидного дипольного момента в структурах, построенных на проводящих включениях. Тороидальные мультиполи – отдельное семейство мультипольных членов для описания рассеяния сложных систем, математическое описание которых заключается в вычислении остаточных членов после симметризации и обесслеживании тензоров декартовых мультиполей.

Глава 2. Диэлектрические метаматериалы с тороидальным откликом

2.1. Введение

Метаматериалы получили развитие благодаря интересному свойству, отрицательным значениям ε и μ. Однако, важно заметить, что отдельно отрицательная диэлектрическая и магнитная проницаемость обсуждалась задолго до работ Пендри, например, металлы в оптике и инфракрасном диапазоне обладают $\varepsilon < 0$. Отрицательная магнитная проницаемость получена в ряде случаев ферромагнитного резонанса в СВЧ диапазоне частот. Таким образом, металлические включения, на первый взгляд, были бы интересны для создания сред с отрицательной диэлектрической или магнитной проницаемостью, с другой стороны их фундаментальным недостатком является высокое рассеяние энергии. Эту проблему можно решить, используя наночастицы из полупроводниковых материалов, таких как кремний, германий или теллур. Электромагнитная волна, попадающая на частицу, возбуждает магнитный и электрический резонансы, что заставляет частицу вести себя как магнитный (рисунок 2.1а, первый резонанс Ми) и электрический (рисунок 2.1б, второй резонанс Ми) диполи, если частота волны близка к частоте запрещенной зоны [89]. Магнитный резонанс Ми формируется круговыми токами смещения, которые усиливают магнитное поле в центре частицы на оптических частотах.



(а) Магнитный и (б) электрический резонансы Ми.

Рисунок 2.1 – Распределения электромагнитных полей для двух типов резонанса Ми

Резонансы Ми нашли свое применение в разработке диэлектрических резонаторов [90], магнитных зеркалах [91] и наноантеннах [92, 93]. Еще одна интересная идея для конструирования метаматериалов – использование воды в качестве диэлектрика.

Диэлектрическая проницаемость используемых материалов обычно не выше 50, например кремниевые наночастицы [94, 95] наностержни и сферы [96]. При приближении к диапазону длинных волн, в несколько сантиметров, что интересно для экспериментального прототипирования [97, 98], выбор диэлектриков существенно увеличивается [99].

2.2. Анапольный режим в диэлектрических частицах.

Динамический тороидный диполь определяется полоидальными токами на поверхности тора. При отсутствии собственной намагниченности тороидные мультиполи завершают стандартное разложение. Они представляют собой вклад в излучение осциллирующих радиальных токов j, и, следовательно, они отличаются от электрических и магнитных мультиполей, связанных с зарядами и поперечными токами. Важно отметить, что у тороидного диполя нет ни полюсов зарядов (так как это ток возбуждения), ни магнитных полюсов, где силовые магнитные линии сходятся или расходятся. Он взаимодействует только с внешней проводимостью и токами смещения или с вихрем магнитного поля ($curl\,\boldsymbol{B}$), как следует из выражения для энергии его взаимодействия с электромагнитными полями:

$$w_t = -\boldsymbol{T} \times \left(\frac{4\pi}{c} J_{ext} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \mathrm{t}}\right) \tag{36}$$

Динамический анаполь определяется суперпозицией электрического **P** и тороидального **T** дипольных моментов, которые имеют соотношение $\mathbf{P} = ik\mathbf{T}$. В статическом случае волновой вектор $k = 0$, следовательно, статический анаполь соответствует статическому тороидному диполю. Интерес к динамическому анаполю заключается в возможности сильной локализации электромагнитного поля, которая в идеальном случае будет соответствовать -функциям, что приводит работу такой системы к работе идеального резонатора, с бесконечно большой добротностью.

Возбуждение динамического анаполя можно описать на примере структуры из четырех диэлектрических частиц расположенных по углам квадрата (рисунок 2.2), в которых, за счет близкого расположения, возбуждаются Ми-резонансные магнитные моды.

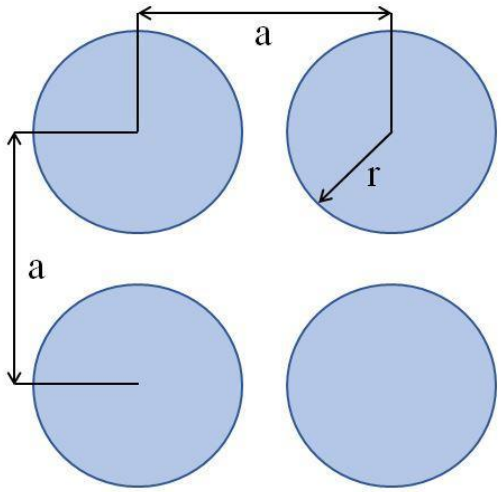


Рисунок 2.2 – Модель диэлектрической структуры с анапольным состоянием.

Токи смещения здесь порождают магнитные моменты в каждом цилиндре, образуют вихрь магнитного поля. В идеальном случае такая конфигурация не имеет квадрупольных моментов за счет симметрии. Тороидный диполь соответствует току наведенному на цилиндрах

$$j_T = c\ curl^2 \boldsymbol{T}\delta(\boldsymbol{r}) \tag{37}$$

Магнитный диполь задается как

$$j_M = c\ curl \boldsymbol{M}\delta(\boldsymbol{r}) \tag{38}$$

Комбинация магнитных диполей, стоящих по углам квадрата со стороной $2a$, расположены в плоскости x, y, причем $x`\ y`\ z`$ - единичные базисные векторы

$$\begin{gathered} j_{4,M}(r) = \boldsymbol{M}\ curl\ \hat{y}\delta(\boldsymbol{r} - \hat{\boldsymbol{x}}a) - \\ \boldsymbol{M}\ curl\ \hat{\boldsymbol{x}}\ \delta(\boldsymbol{r} - \hat{\boldsymbol{y}}\ a) - \\ \boldsymbol{M}\ curl\ \hat{\boldsymbol{y}}\ \delta(\boldsymbol{r} + \hat{\boldsymbol{x}}a) + \\ \boldsymbol{M}\ curl\hat{\boldsymbol{y}}\ \delta(\boldsymbol{r} + \hat{\boldsymbol{x}}a) \end{gathered} \tag{39}$$

Расширяя это выражение до ведущего порядка a/r, получим

$$j_{4,M}(r) = 2a\boldsymbol{M}\, curl\left(\hat{x}\,\nabla_y - \hat{y}\,\nabla_x\right)\delta(r) + O(a^2/r^2) \quad (40)$$

Следовательно, эта комбинация магнитных диполей образует тороидальный диполь величиной $\mathbf{T} = 4a\mathbf{M}$, в направлении **z**, то есть в плоскости, ортогональный магнитным диполям. Помещая в центр системы электрический диполь $\boldsymbol{P} = ik\boldsymbol{T}$, получим динамический анаполь. Такая конфигурация представляет собой тороидальный диполь **T**, деструктивно объединенный с электрическим диполем **P** и образующий динамический анаполь за счет деструктивной интерференции их излучений в дальней зоне. Таким образом, динамически генерируется анапольная мода, и можно ожидать, что электромагнитные поля будут ограничены ближней зоной и сильно подавлены вдали от метамолекулы. Поскольку идеальных неизлучающих анаполей не существует (в силу теоремы взаимности), мы стараемся подавить излучение ведущих мультиполей, возбуждаемых в нашем источнике. Однако в такой системе могут существовать высшие мультиполи в виде квадруполей, октуполей, с малой мощностью излучения.

2.3. Моделирование системы

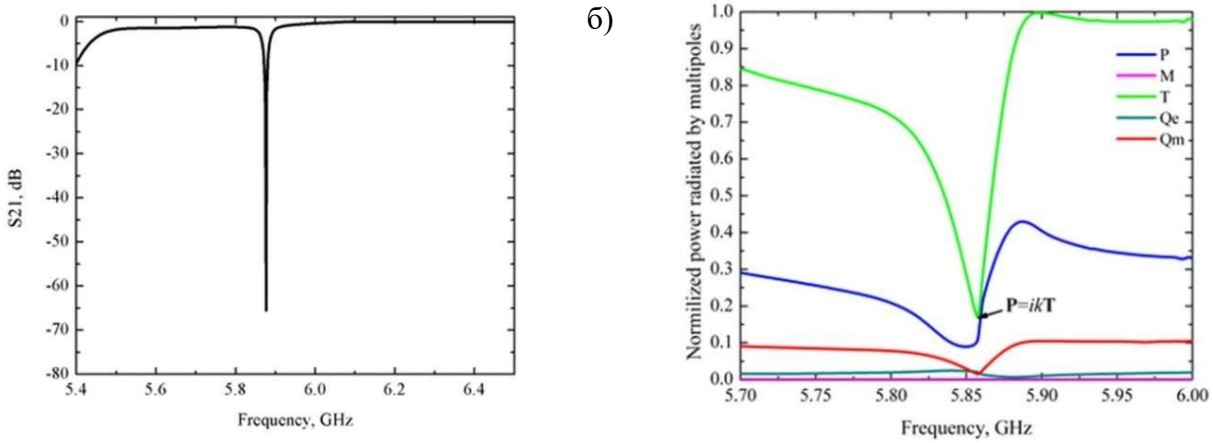
Электродинамический расчет структур выполнен в пакете программ Ansys High Frequency Structure Simulation и CST Microwave studio методом конечных элементов. В рамках анализа производится решение уравнений Максвелла итерационным методом. Дискретизация сетки устанавливается на основе длины волны решателя, далее уточняется, пока не достигнет установленного значения критерия сходимости. Важным параметром решения является размер ячейки, в узлах которой производится вычисление. Важно, что бы структура не притерпевала значительных изменений в одной ячейке.

На спектре прохождения $S21$ можно наблюдать отклик анаполя на частоте 5,85 ГГц, он проявляется в виде резонансного провала в спектре (-60 дБ). Ранее анапольный отклик обсуждался в трехмерных, плоских тороидальных и анапольных метаматериалах [3, 4, 100-102]. Здесь $S21$ представляет собой мощность, принимаемую на вторую антенну, расположенную на расстоянии 4λ от источника, в дальней зоне относительно мощности, подводимой к анапольному источнику. Такой порядок прошедшего сигнала на $port\ 2$ пренебрежимо мал.

Проведем мультипольный анализ системы на основе плотности токов проводимости и токов смещения, присутствующих в диполе и цилиндрах. Результаты мультипольного разложения представлены на рисунке 2.3. На частоте 5,85 ГГц мощности излучения

тороидального **T** и электрического **P** диполей совпадают. Все остальные мультиполи сильно подавлены, по сравнению с тороидальным и электрическим диполями. Таким образом, высокая добротность резонанса на частоте 5,85 ГГц объясняется анапольным возбуждением, то есть интерференцией между электрическим и тороидальным диполями.

а) б)

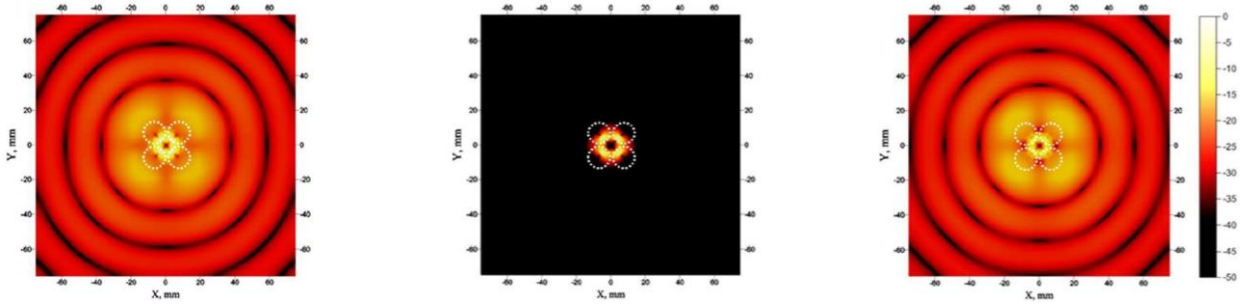


(а) спектр прохождения $S21$ и (б) мультипольное разложение электрического поля для анапольного режима, мощность излучения нормирована и включает пять ведущих мультиполей: тороидальный **T**, электрический **P** и магнитный **M** диполи, а также электрический **Qe** и магнитный **Qm** квадруполи.

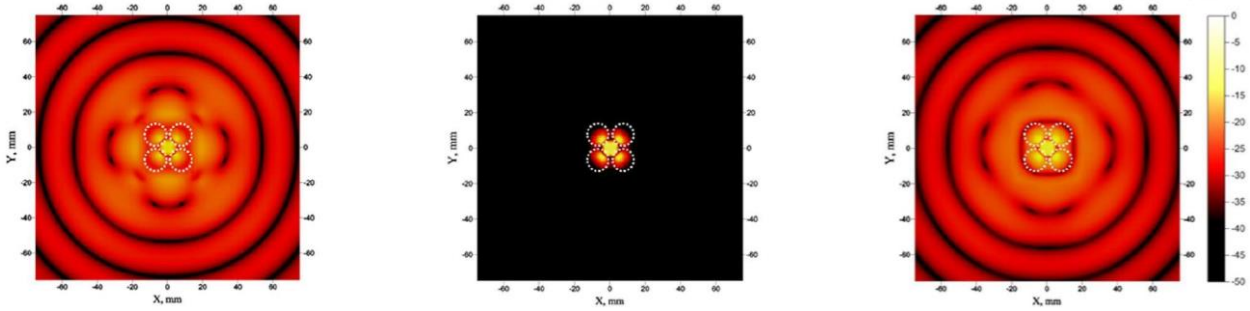
Рисунок 2.3 – Результаты электродинамической симуляции анапольной структуры, основанной на четырех диэлектрических цилиндрах.

Проанализируем карту распределения электрических и магнитных полей в плоскости над источником представленным на рисунке 2.4 в децибелах. Распределение электрического поля достигает максимума в центральной области (рисунок 2.4б). Магнитное поле H (рисунок 2.4д) образует отчетливый вихрь, пронизывающий все цилиндры, но отсутствующий в центре метамолекулы.

а) $|\mathbf{E}|, f = 5.7$ ГГц б) $|\mathbf{E}|, f = 5.85$ ГГц в) $|\mathbf{E}|, f = 5.9$ ГГц



г) $|\mathbf{H}| f = 5.7$ ГГц д) $|\mathbf{H}| f = 5.85$ ГГц е) $|\mathbf{H}| f = 5.9$ ГГц



Распределение электрического (а, б, в) и магнитного поля (г, д, е) на частоте анапольной моды (б, д) и вблизи резонанса, где рассеяние описывается тороидным дипольным моментом (а, в, г, е)

Рисунок 2.4 – Результат электродинамического моделирования. Распределение электромагнитного поля в дальней зоне.

Излучение на частотах $f = 5{,}7$ ГГц и $f = 5{,}9$ ГГц описывается излучением электрического диполя. Электрические и магнитные поля генерируют распространяющиеся от источника сферические волны. Тем не менее, рассмотрение зоны ближнего поля позволяет выявить тороидальный характер источника.

2.4. Диаграмма направленности анапольной моды

Для экспериментального наблюдения распределения электрического и магнитного поля в дальней зоне динамического анаполя изготовим структуру на базе высокоиндексного диэлектрика $SrTiO_3$(рисунок 2.5). Диэлектрическая проницаемость $SrTiO_3$ в микроволновом диапазоне частот равна 37. Цилиндры разместим на текстолите (60×60 мм^2). Для обеспечения симметричного возбуждения электрическим диполем установим его в центре структуры и подключим к векторному анализатору цепей Rohde&Schwarz ZVB20. Таким образом, рупорная антенна, находящаяся дальней зоне($> 4\,\lambda$), будет регистрировать параметры S12 и S11.

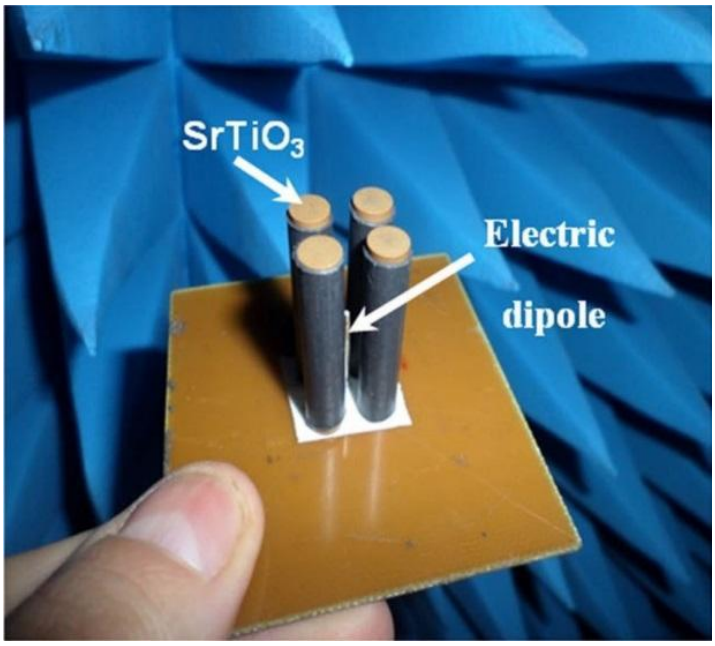


Рисунок 2.5 – Образец для наблюдения анапольного режима на микроволновых частотах. Цилиндры (радиус $R = 5$ мм, высота $l = 35$ мм, расстояние между цилиндрами $a = 10$ мм) расположены по углам квадрата.

Чтобы исключить отражение от открытых торцов цилиндров открытый конец источника закрывался металлической пластиной. На спектре прохождения S21 на частоте 6,33 ГГц наблюдается глубокий провал (-25 дБ) (рисунок 2.6), что хорошо согласуется с теоретической оценкой частоты (5,85 ГГц). Небольшое расхождение связано в первую очередь с отклонением значений диэлектрической проницаемости и анизотропии диэлектрических включений.

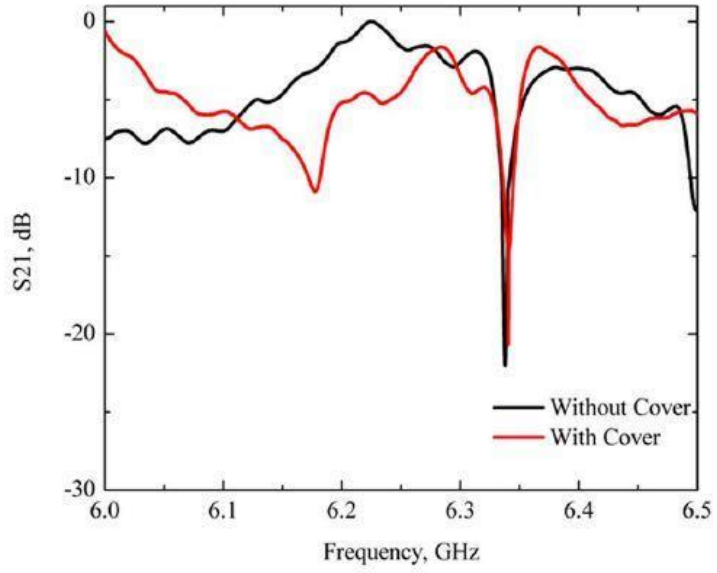
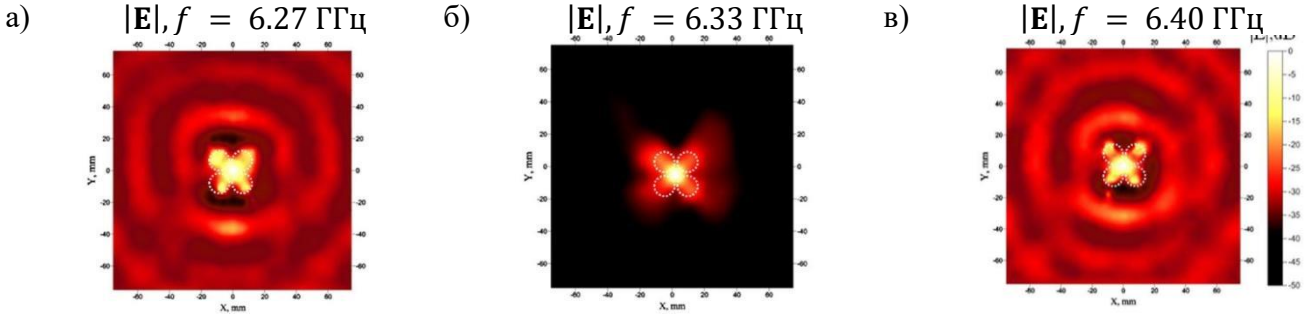


Рисунок 2.6 – Экспериментальный спектр S12 параметра с учетом металлического экрана.

Измерение распределения электрического поля в дальней зоне выполнялось при перемещении приемной рупорной антенны на стенде, настроенной на частоту резонанса. Низкое значение параметра S21 вместе с симметричной диаграммой направленности свидетельствует об отсутствии выделенного направления и излучения в дальней зоне.

Проведем анализ распределения электрического поля в ближней зоне в верхней части метамолекулы с помощью двумерного сканера ближнего поля с разрешением 0,5 мм. Распределение электрического поля на частоте 6,33 ГГц соответствует анапольному состоянию. Действительно, электрическое поле в ближней зоне локализовано внутри метамолекулы, образуя горячую точку между цилиндрами. Кроме того, на рисунке 2.7 представлены карты распределения электрического поля на соседних частотах, где рассеяния характеризуется тороидным диполем (6,27 ГГц и 6,40 ГГц). Карта распределения поля хорошо согласуется с теоретическими выкладками, и напоминает рассеяние электрического диполя. Таким образом, поле в дальней зоне вне анапольного состояния характеризуется набором сферических волн, что соответствует электрическому диполю, однако в ближней зоне распределение электрического поля существенно отличаются от дипольного, и напоминает анапольное состояние.



Распределение электрического поля на частоте анапольной моды (б) и вблизи резонанса, где рассеяние описывается тороидным дипольным моментом (а, в)

Рисунок 2.7 – Результат экспериментального исследования. Распределение электрического поля в дальней зоне.

2.5. Тороидная мода в диэлектрическом кластере на основе воды.

Одним из аналогов высокоиндексных диэлектриков в полосе частот 1 – 10 ГГц частот может послужить, например, дистиллированная вода с высоким значением диэлектрической проницаемости $Re(\varepsilon) \approx 80$ при нормальных условиях, в последние годы вода использовалась для создания микроволновых метаматериалов [103-105].

Реальная часть диэлектрической проницаемости $Re\,(\varepsilon)$ для воды относительно высока (особенно по сравнению с материалами в оптическом диапазоне), однако она имеет высокие потери $Im\,(\varepsilon)$, которые возрастают в присутствии ионов примесей. Как правило, это рассматривается как негативный фактор при проектировании электромагнитных структур.

Диэлектрическая проницаемость имеет температурную зависимость (рисунок 2.8). Поляризованность диэлектриков зависит от частоты поля, образующего поляризованность, следовательно, частотной зависимостью обладает и диэлектрическая проницаемость. Переменное электрическое поле и электрическую индукцию можно представить следующим образом

$$E(t) = E_m e^{i\omega t} \;\text{ и }\; D(t) = D_m e^{i\omega t} \tag{41}$$

учитывая, что амплитуды колебаний E_mи D_m связаны соотношением

$$D_m = \varepsilon_0 \varepsilon(\omega) E_m \tag{42}$$

то диэлектрическая проницаемость, характеризующая связь E_mи D_m также выражается комплексной величиной с помощью формулы Дебая

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon`(\omega) + i\varepsilon``(\omega) = \varepsilon_{\text{опт}} + \frac{\varepsilon_{\text{ст}} - \varepsilon_{\text{опт}}}{1 + i\omega\tau} \tag{43}$$

Действительная $\varepsilon`(\omega)$ и мнимая $\varepsilon``(\omega)$ диэлектрические проницаемости рассчитываются следующим образом

$$\varepsilon`(\omega) = \varepsilon_{\text{опт}} + \frac{\varepsilon_{\text{ст}} - \varepsilon_{\text{опт}}}{1 + (\omega\tau)^2},$$
$$\varepsilon``(\omega) = \frac{\omega\tau(\varepsilon_{\text{ст}} - \varepsilon_{\text{опт}})}{1 + (\omega\tau)^2} \tag{44}$$

Частотную зависимость диэлектрической проницаемости называют дисперсией диэлектрической проницаемости, а область монотонного снижения ε – релаксационной дисперсией с параметром τ (время вращательной релаксации).

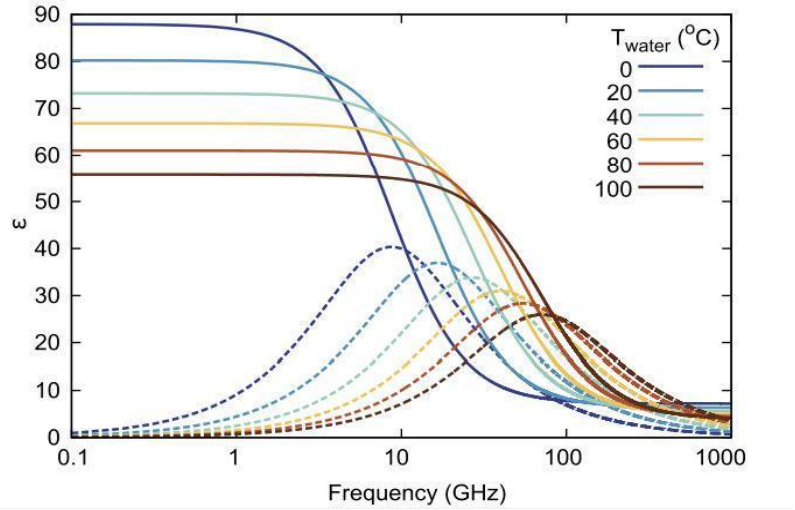


Рисунок 2.8 – Диэлектрическая проницаемость дистиллированной воды в зависимости от частоты для температур 0-100 ° С. Сплошные линии соответствуют вещественной части $\varepsilon`$, пунктирные линии – мнимой части $\varepsilon``$.

Действительная $\varepsilon`(\omega)$ и мнимая $\varepsilon``(\omega)$ части диэлектрической проницаемостей дистиллированной воды были измерены с использованием стандартных методов. С помощью векторного анализатора цепей $Rohde\ \&\ Schwarz\ ZVB20$ была получена частотная зависимость $\varepsilon`(f)$ и $\varepsilon``(f)$.

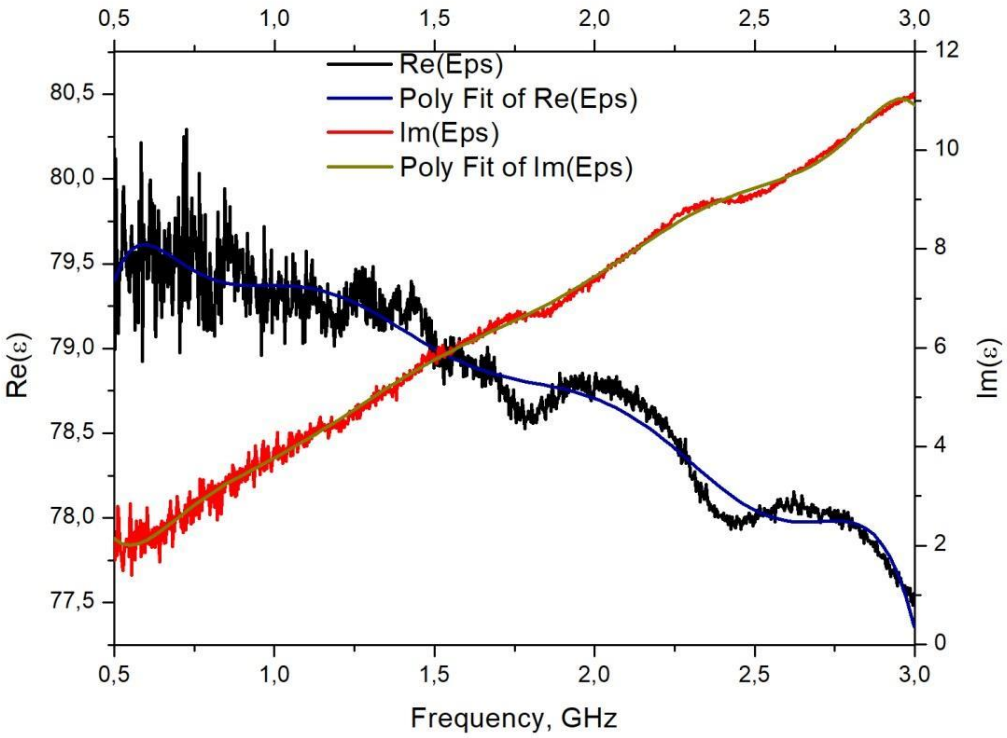


Рисунок 2.9 – Измеренная частотная зависимость $\varepsilon`(f)$ и $\varepsilon``(f)$.

Для использования измеренных действительной $\varepsilon`(\omega)$ и мнимой $\varepsilon``(\omega)$части диэлектрической проницаемостей в моделировании зависимость была аппроксимирована полиномиальной функцией (синяя и зеленая линия на рисунке 2.9). Структура для экспериментального исследования представляет собой четыре пустотелых трубки, которые в заполним дистиллированной водой (рисунок 2.10). Такая структура аналогична представленной в пункте 2.3, однако, ее геометрические размеры значительно больше, что необходимо для дальнейшего исследования электрических и магнитных полей $in - situ$.

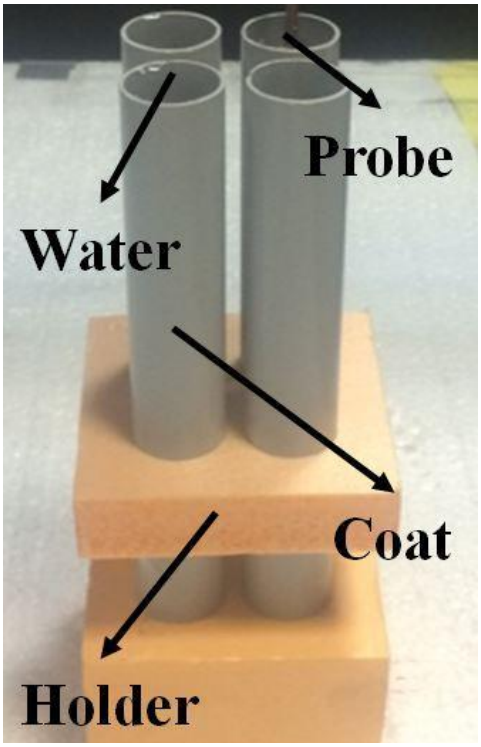
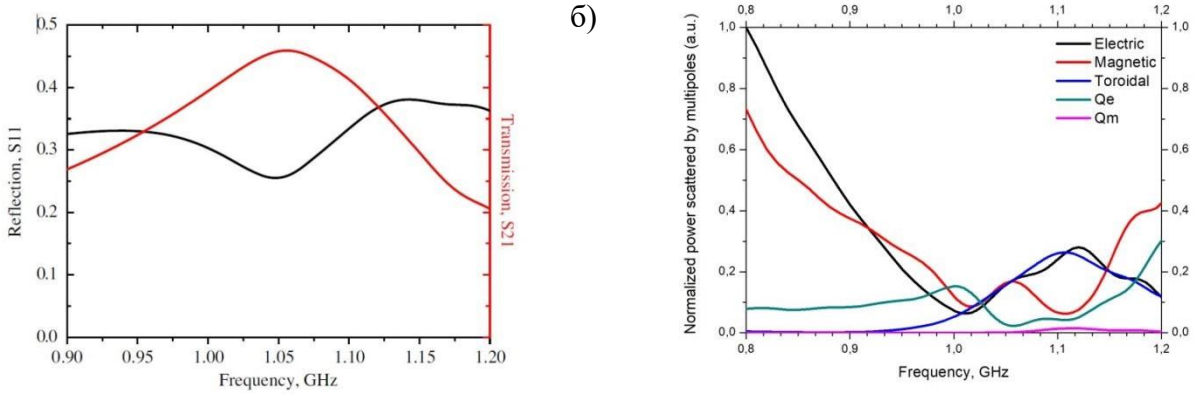


Рисунок 2.10 – Образец диэлектрического кластера для экспериментального исследования электромагнитных полей.

Мультипольное разложение токов смещения демонстрирует мощность, рассеянную элементарными гармониками – электрическим диполем **P**, магнитным диполем **M**, тороидальным диполем **T**, электрическим квадруполем **Qe** и магнитным квадруполем **Qm**. Полученная мощность нормирована на мощность падающей волны, основной вклад в пик пропускания приходится на вклад тороидного дипольного момента, превышающего электрический диполь на частоте $f = 1{,}1$ ГГц. Кроме того, пик прохождения характеризуется подавлением электрического диполя и магнитного диполя примерно на три порядка, квадрупольные моменты обладают незначительным вкладом.

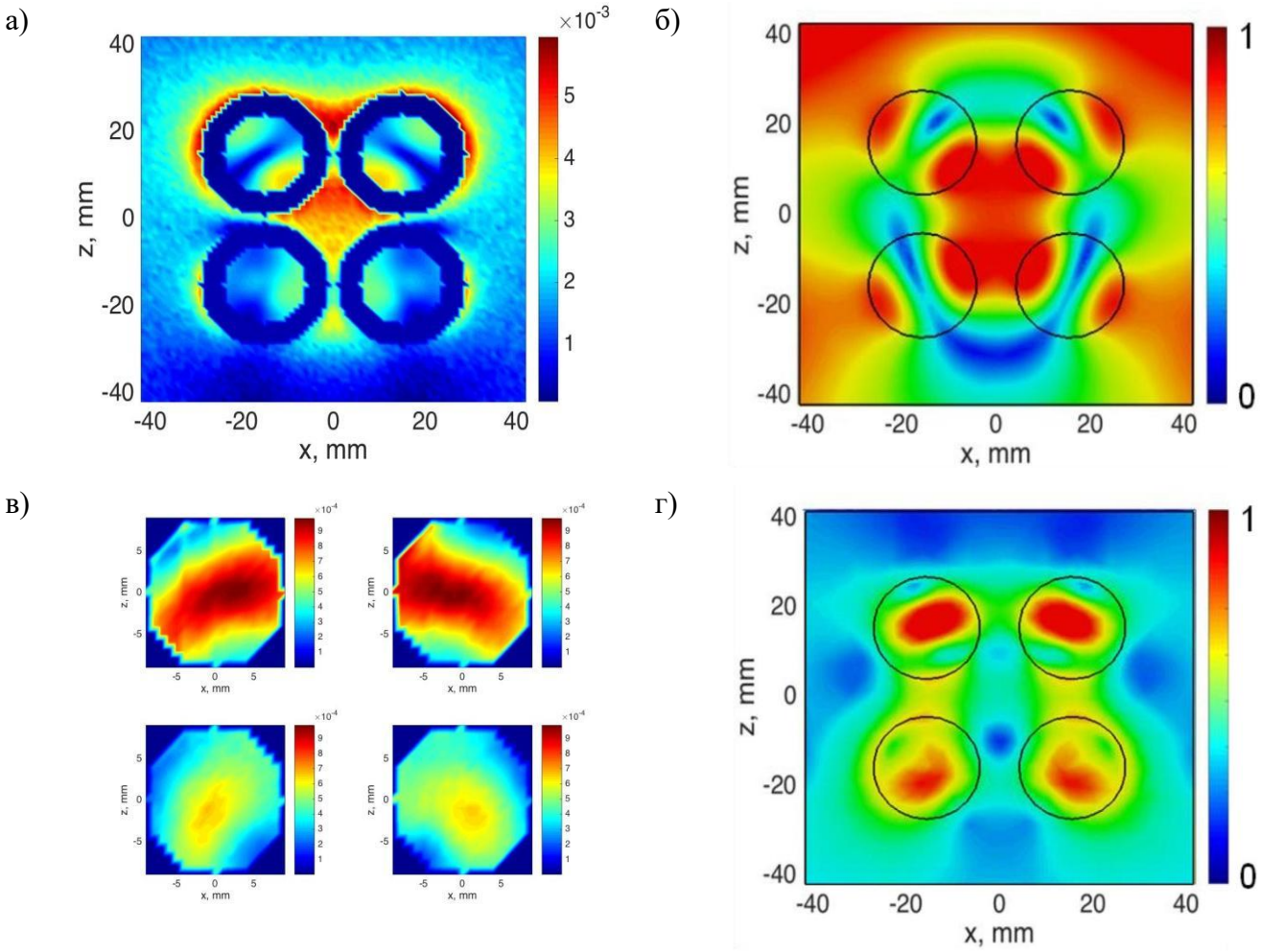
а) б)



(а) Спектр прохождения $S21$ и отражения $S11$ и (б) Мультипольное разложение анапольного режима, мощность излучения нормирована и включает пять ведущих мультиполей: тороидальный **T**, электрический **P** и магнитный **M** диполи, а также электрический **Qe** и магнитный **Qm** квадруполи.

Рисунок 2.11 – Результаты экспериментального исследования анапольной структуры, основанной на четырех трубках, заполненных дистиллированной водой.

Экспериментальные исследования проводились в безэховой камере, стенки которой оснащены радиопоглощающим покрытием Терновник ТГ (отражение от стенок менее -40 дБ), что привело к повышению точности измерения S-параметров до $\pm 0{,}5$ дБ. Для поглощения бокового излучения рупорной антенны вокруг апертуры размещен радиопоглощающий материал МОХ П $-$ 530. Источником сигнала является широкополосная антенна П6 $-$ 124А, работающая в диапазоне частот от 4 до 18 ГГц. Измерения проводились с помощью векторного анализатора цепей $Rohde\ \&\ Schwarz\ ZVB20$. Электрический проб, подключенный к векторному анализатору цепей управлялся манипулятором, двигающимся в координатах x, y, z с шагом 1 мм. Падающая волна (вектор E параллелен оси цилиндров) возбуждает необходимую моду в диэлектрике на рабочей частоте. Измерения проводились в сечении 10 см от края трубок, что соответствует сечению по центру длины. Полученные результаты распределения электрического и магнитного поля в ближней зоне с хорошей точностью соответствуют результатам электродинамического моделирования.



Сравнение распределений электрического (а, б) и магнитного поля (в, г), полученных на этапе экспериментального исследования (а, в) с результатами, полученными в рамках электродинамической симуляции (б, г).

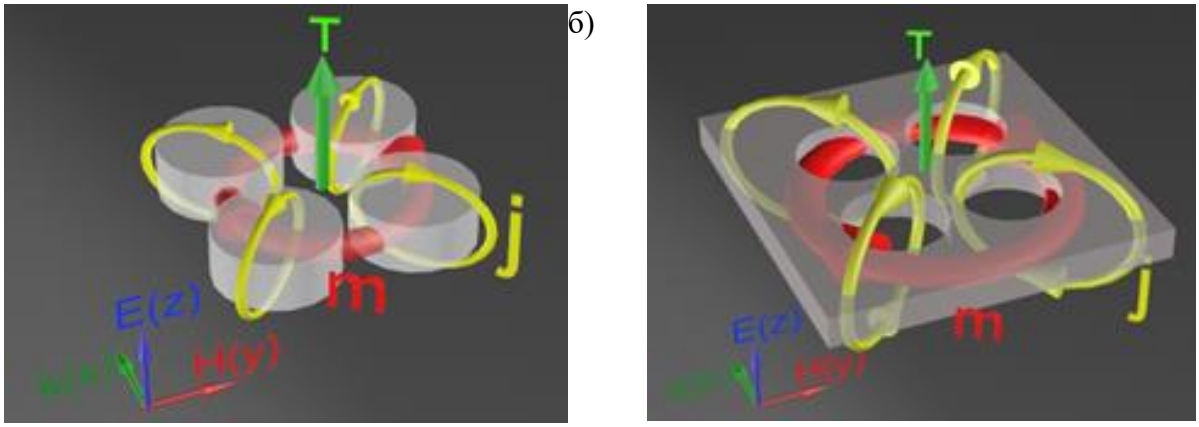
Рисунок 2.12 – Распределение электрического и магнитного поля полученные экспериментально и в ходе электродинамической симуляции

Полученные результаты распределения электрического и магнитного поля на частоте 1.1 ГГц представлены в виде тепловых карт. Возбуждение тороидный моды подтверждается строго ограниченным вихрем магнитного поля, порожденный токами смещения, проходящими сквозь четыре цилиндра, порождая тем самым замкнутую петлю, подобную поверхности вращения «тор». Такая пространственная локализация магнитного поля и есть прямое доказательство тороидального дипольного возбуждения. Асимметрия полей связана с возбуждением мультиполей старшего порядка, который мы старались подавить в дизайне (электрический квадруполь), а также с тангенсом потерь дистиллированной воды.

2.6. Диэлектрические метаматериалы с тороидным откликом.

Построение анапольной моды на основе цилиндрических частиц одно из простейших решений, однако, важно отметить, электродинамика процесса зависит не столько от геометрии частиц, сколько от симметрии структуры. Экспериментальная реализация анапольного состояния на базе такого дизайна для оптического диапазона частот может быть затруднительна за счет сложности фабрикации, однако была бы перспективна для оптических и ТГц приложений, например, работать как оптический модулятор с накачкой дополнительным фемтосекундным импульсом. Кроме того, для изготовления цилиндрических частиц нано-масштаба необходимо искать и разрабатывать новые методики, однако перфорирование цилиндрических отверстий такого размера в массиве диэлектрика реальная и выполнимая задача. Одной из технологий перфорирования отверстий в диэлектрической пластине является литография с использованием сфокусированного ионного пучка (FIB). Рассмотрим возбуждение тороидного дипольного момента в двух структурах, инвертированных друг другу. Ячейкой первого метаматериала по-прежнему является структура с четырьмя диэлектрическими цилиндрами (рисунок 2.13а), Второй метаматериал представляет собой инвертированную версию первого, то есть высокоиндексная диэлектрическая пластина с перфорированными цилиндрическими отверстиями (рисунок 2.13б). Цилиндры и цилиндрические отверстия имеют радиус $R = 5$ мм и расположены по углам квадрата на расстоянии а $= 12$ мм. Такие метамолекулы располагаются периодически в направлении $\pm x$ с шагом $d = 45$ мм и образуют метаматериал. В модерировании учитываются бесконечные цилиндры, что позволяет описать электромагнитный отклик в виде двумерной модели.

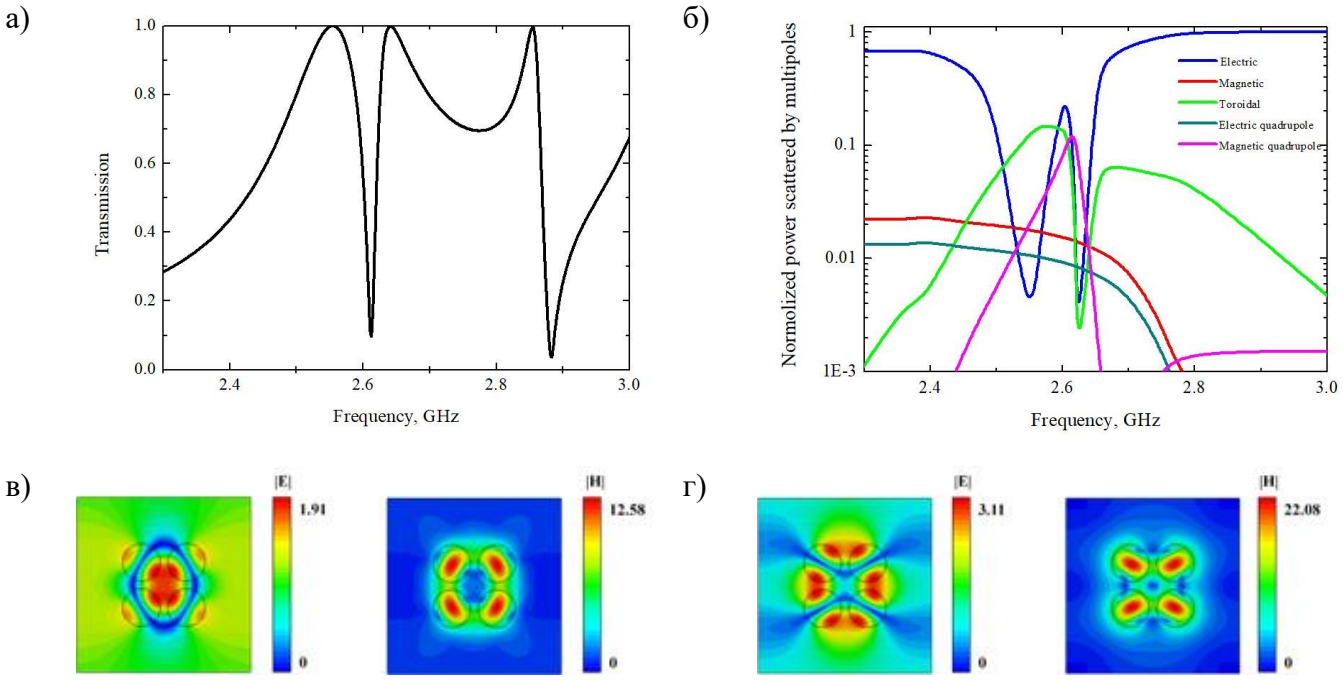
а) б)



(а) Метамолекула метаматериала, состоящая из 4 диэлектрических цилиндров (б) Диэлектрическая пластина с перфорированными цилиндрическими отверстиями. (j - токи смещения, индуцированные вертикально поляризованной плоской волной, m - красные стрелки, показывающие магнитное поле, а зеленая стрелка - тороидальный момент **T** в метамолекулах).

Рисунок 2.13 – Два типа метамолекул.

Для структуры первого типа тороидальный отклик располагается на частоте 2,5 ГГц (минимум на спектре пропускания, 2.14а), что подтверждается распределением электрического и магнитного полей. Магнитное поле образует замкнутый контур, который пронизывает все четыре цилиндра и соответствует смещению полоидальных токов в каждом из них. Электрическое поле характеризуется горячей точкой в свободном пространстве между цилиндрами, такой распределение аналогично рассмотренному в предыдущем разделе. Мультипольные моменты рассчитываются на основе плотности токов смещения в диэлектрических частицах, включают электрический **P**, магнитный **M**, тороидальный **T** диполи, а также электрический **Qe** и магнитный **Qm** квадруполи. Резонанс на частоте 2.55 характеризуется доминирующим тороидным дипольным моментом, причем электрический диполь значительно подавлен. Провал на спектре (2,6 ГГц) определяется минимумом электрического и тороидного диполей и максимумом магнитного квадруполя, результатом такого распределение является резонанс типа Фано между магнитным квадруполем и электрическим и тороидным диполями. Электрическое поле на частоте 2,67 ГГц распределены между цилиндрами, а магнитные поля заключены внутри цилиндров. Примечательно, что такой режим можно рассматривать как часть скрытой системы. Частица, помещенная в центр метамолекулы может быть скрыта от удаленного наблюдателя на частоте максимума магнитного квадруполя.

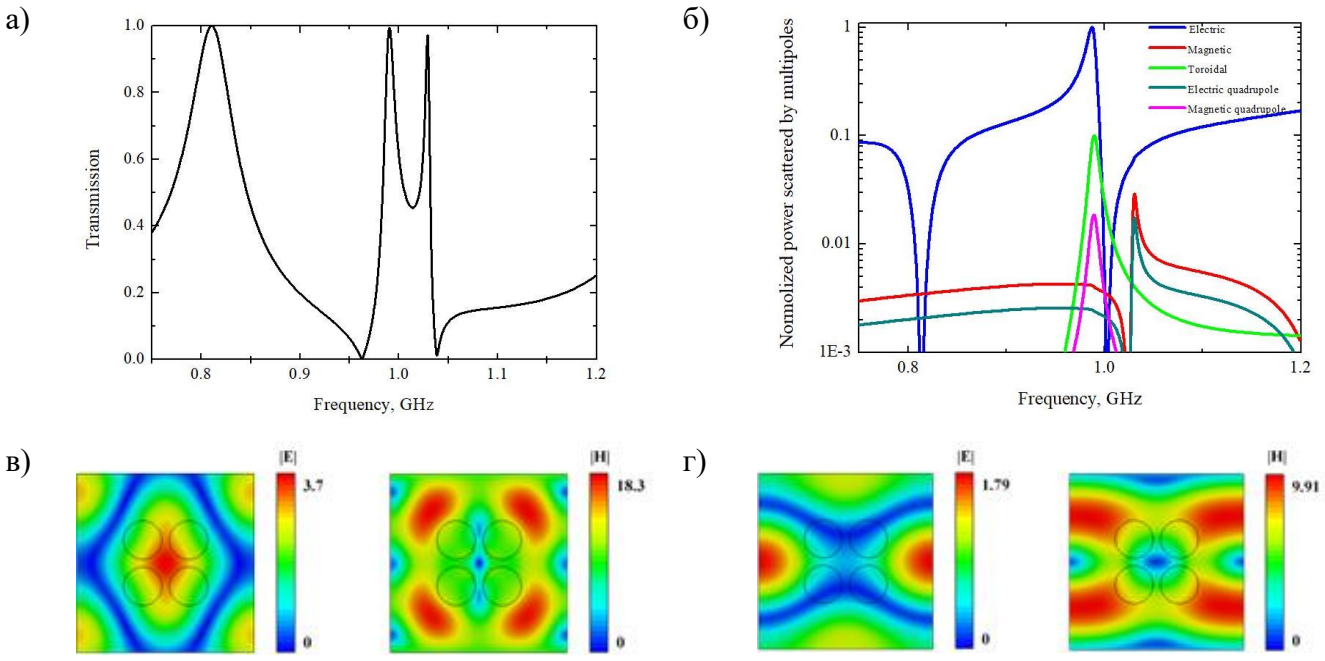


(а) - спектр пропускания S12; (б) результат мультипольного разложения; распределение электрического и магнитного полей на (в) частоте возбуждения тороидного момента 2,57 ГГц и

(г) магнитного квадруполя 2,67 ГГц

Рисунок 2.14 – Результат электродинамической симуляции структуры построенной на четырех диэлектрических частицах.

Для второго типа диэлектрического метаматериала магнитные поля концентрируются вокруг отверстий на частоте 1 ГГц. Электрическое поле тороидальной моды почти полностью сосредоточено в области между отверстиями, а магнитное поле циркулирует вокруг отверстий. Такая конфигурация очень перспективна для оптических и ТГц приложений. Диэлектрическая пластина Si с отверстиями с перестраиваемой проводимостью может работать как оптический модулятор с накачкой дополнительным фемтосекундным импульсом. Результат мультипольного разложения подтверждает доминирующий тороидный дипольный момент **T**, затухающий электрический дипольный момент **P** и значительное подавление остальных мультиполей. Резонанс на частоте 0,8 ГГц характеризуется значительной мощностью магнитного дипольного момента, распределение электрического и магнитного поля для такой ситуации представлено на рисунке 2.15.



(а) - спектр пропускания S12; (б) результат мультипольного разложения; распределение электрического и магнитного полей на (в) частоте возбуждения тороидального диполя 1,09 ГГц и (г) магнитного диполя 0,8 ГГц

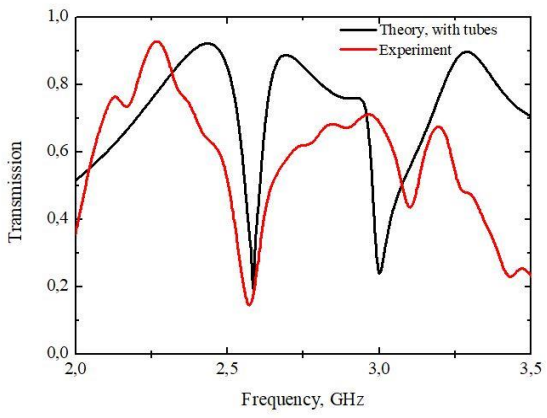
Рисунок 2.15 – Результат электродинамической симуляции перфорированной диэлектрической пластины.

Экспериментальное исследование заключается в измерении коэффициентов прохождения/отражения в безэховой камере методом двух рупорных антенн. Две широкополосные антенны П6-31 (на излучение и прием) располагались на расстоянии более 3λ от образца метаматериала. Коэффициент передачи S21 измерялся анализатором цепей Rohde&Schwarz ZVB20 на частотах 0,5-3,5 ГГц.

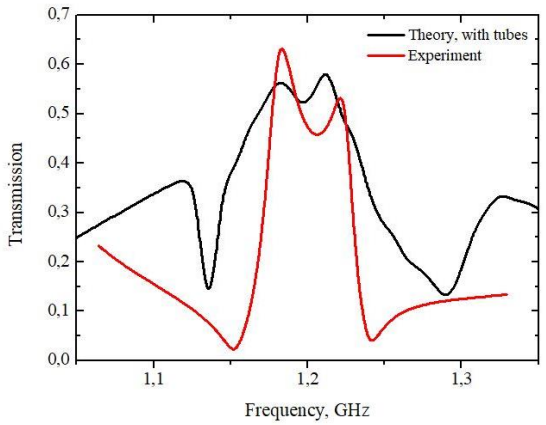
Для экспериментального исследования были изготовлены прототипы диэлектрических метаматериалов. В качестве диэлектрической среды использовалась дистиллированная вода комнатной температуры с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon` = 79$ и $\varepsilon`` = 6$. Для конструирования структур использовались пустотелые стеклянные трубки с радиусом $R = 5$ мм, толщиной стенки $= 1$ мм и длиной $= 500$ мм. Для фабрикации первой структуры стеклянные трубки заполнялись дистиллированной водой. Для изготовления второй структуры был изготовлен контейнер 440 мм x 500 мм x 44 мм заполненной водой, полые трубки играли роль перфорированных отверстий.

Спектр коэффициентов прохождения S12 согласуется с результатами электродинамического моделирования, незначительное расхождение между теоретическими и экспериментальными данными является результатом влияния диэлектрической проницаемости стекла. Для структуры основанной на четырех диэлектрических цилиндрах диапазон частот 2-2,5 ГГц характеризуется возбуждением тороидного дипольного момента, а минимум на спектре (2,55 ГГц) соответствует возбуждению магнитного квадрупольного момента. Для метаматериала, построенного на диэлектрической пластине, пик пропускания на частоте 1,17 ГГц соответствует возбуждению тороидного дипольного момента.

а)



б)



в)



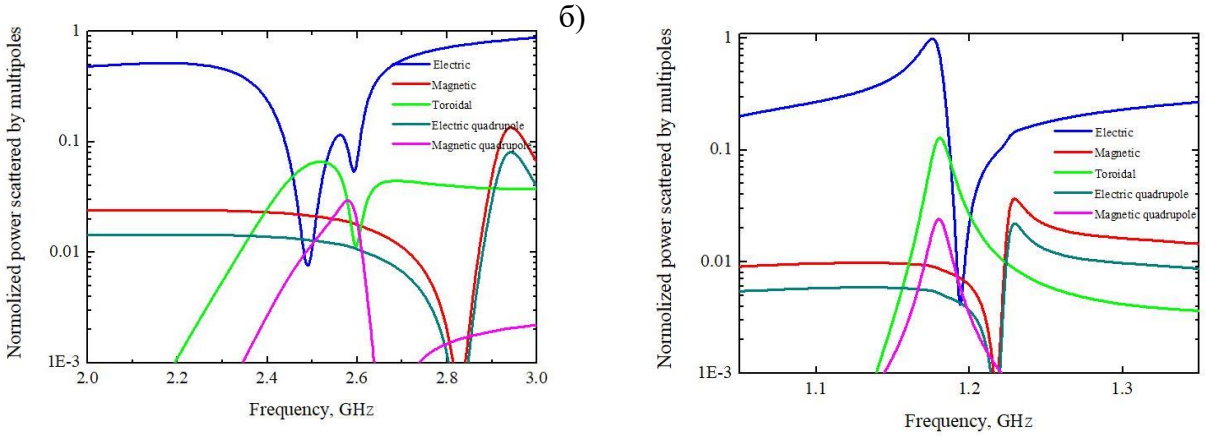
Спектр пропускания S12 для диэлектрического метаматериала основанного на (а) четырех цилиндрах и (б) пластине с цилиндрическими отверстиями; (в) экспериментальный образец.

Рисунок 2.16 – Результаты экспериментального исследования коэффициентов прохождения S12 в безэховой камере.

Происхождение тороидного отклика в структуре из диэлектрической пластины с перфорированными отверстиями определяется связью между магнитными модами, возникающими в цилиндрах (отверстиях), размещенных в диэлектрическом блоке. Можно свести эту проблему к классическому Ми-рассеянию электромагнитных волн диэлектрическими цилиндрами с ε_1, внедренными в среду с ε_2, где $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$.

На рисунке 2.16 представлены спектры пропускания, полученные с помощью электродинамической симуляции (черная кривая) и в результате экспериментального исследования (красная кривая). Отличие от представленных выше результатов в том, что в моделировании использовались реальные параметры материалов, комплексная диэлектрическая проницаемость. В случае с потерями тороидальный пик пропускания подавлен для обеих структур из-за потерь воды. Для метаматериала на основе трубок, заполненных водой, он достигает 0,65. Тем не менее, интенсивность тороидного момента преобладает над другими мультиполями в окрестности резонансной частоты 2,45 ГГц. Тороидальный диполь более чем в пять раз мощнее других мультиполей, форма электрического поля аналогична случаю без потерь.

а) б)



Мультипольное разложение для (а) метаматериала, состоящего из 4 диэлектрических цилиндров и (б) метаматериала, основанного на диэлектрической пластине с перфорированными цилиндрическими отверстиями.

Рисунок 2.17 – Результат мультипольного разложения для структур, рассчитанных с учетом диэлектрических потерь воды.

Аналогичное влияние на тороидную моду во второй структуре оказывают диэлектрические потери воды. Пик пропускания подавляется до 0.6, однако тороидальный дипольный момент имеет значительный вклад в рассеяние на частоте 1,2 ГГц.

Тороидный отклик связан с размером отверстия и диэлектрической проницаемостью воды. Можно наблюдать зависимость резонансного поведения от радиуса отверстия R (рисунок 2.17). Хотя тороидный дипольный момент появляется при всех значениях R, его вклад при $R = 3$ мм наиболее значительный (рисунок 13б). Мы видим, что резонанс смещается с увеличением R за счет перехода от классического резонанса Фабри-Перро в диэлектрическом слое ($R = 0$ мм) к тороидному пику ($R > 3$ мм). Отметим, что резонанс Фабри-Перо в основном характеризуется электрическим диполем вместо тороидального дипольного момента (рисунок 13б). Однако при переходе от $R = 0$ мм к $R = 6$ мм вклад тороидного момента становится значительным, что сопровождается ростом резонансного пика, отмеченного красной точкой на рисунке 13а. В то же время электрический диполь подавляется с увеличением радиуса. Таким образом, резонанс наиболее выражен на частоте 1,2 ГГц и $R = 5$ мм, что проявляется за счет высокого вклада тороидного дипольного момента.

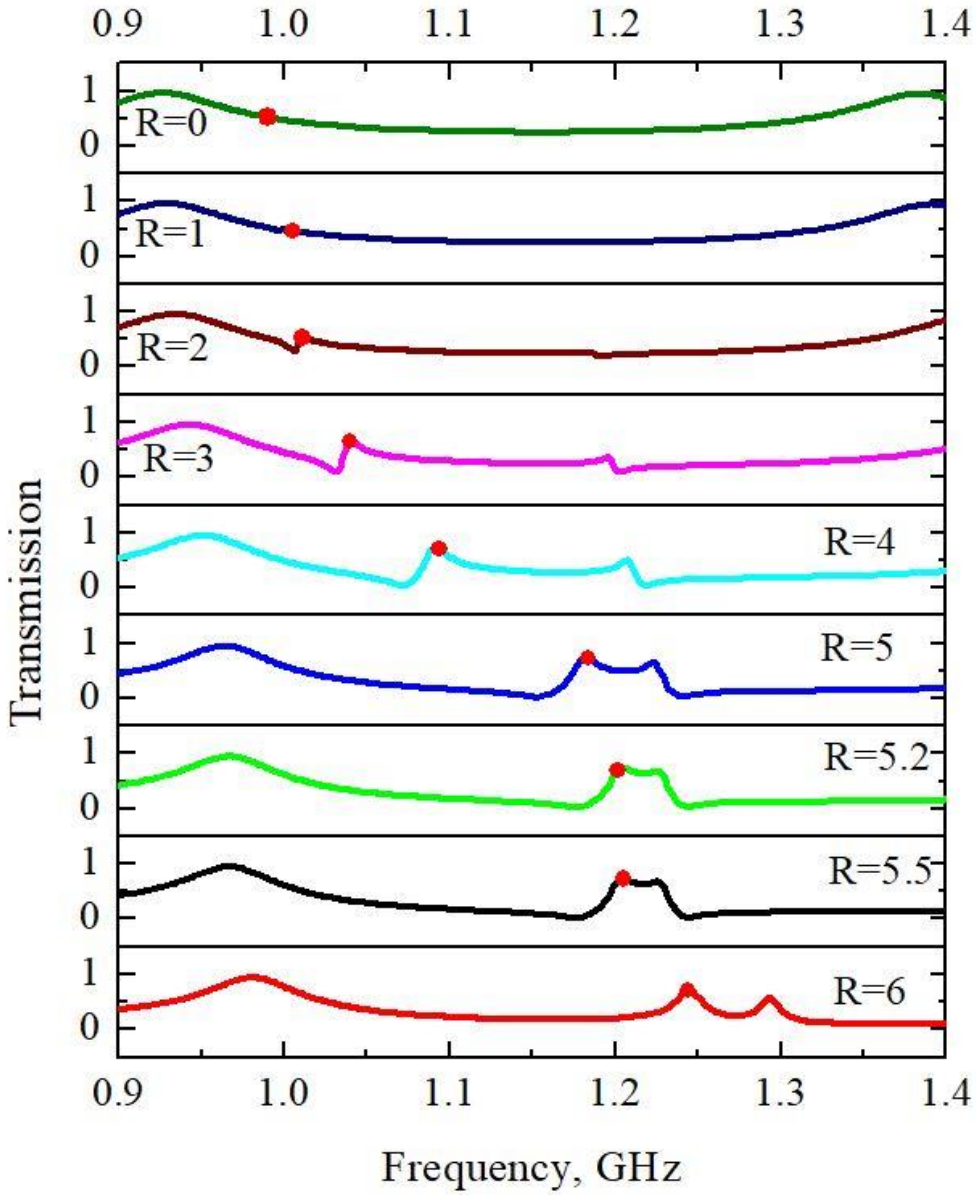


Рисунок 2.18 – Коэффициенты прохождения S12 для второго образца в пределах перехода отверстий от $R = 0$ мм до $R = 6$ мм;

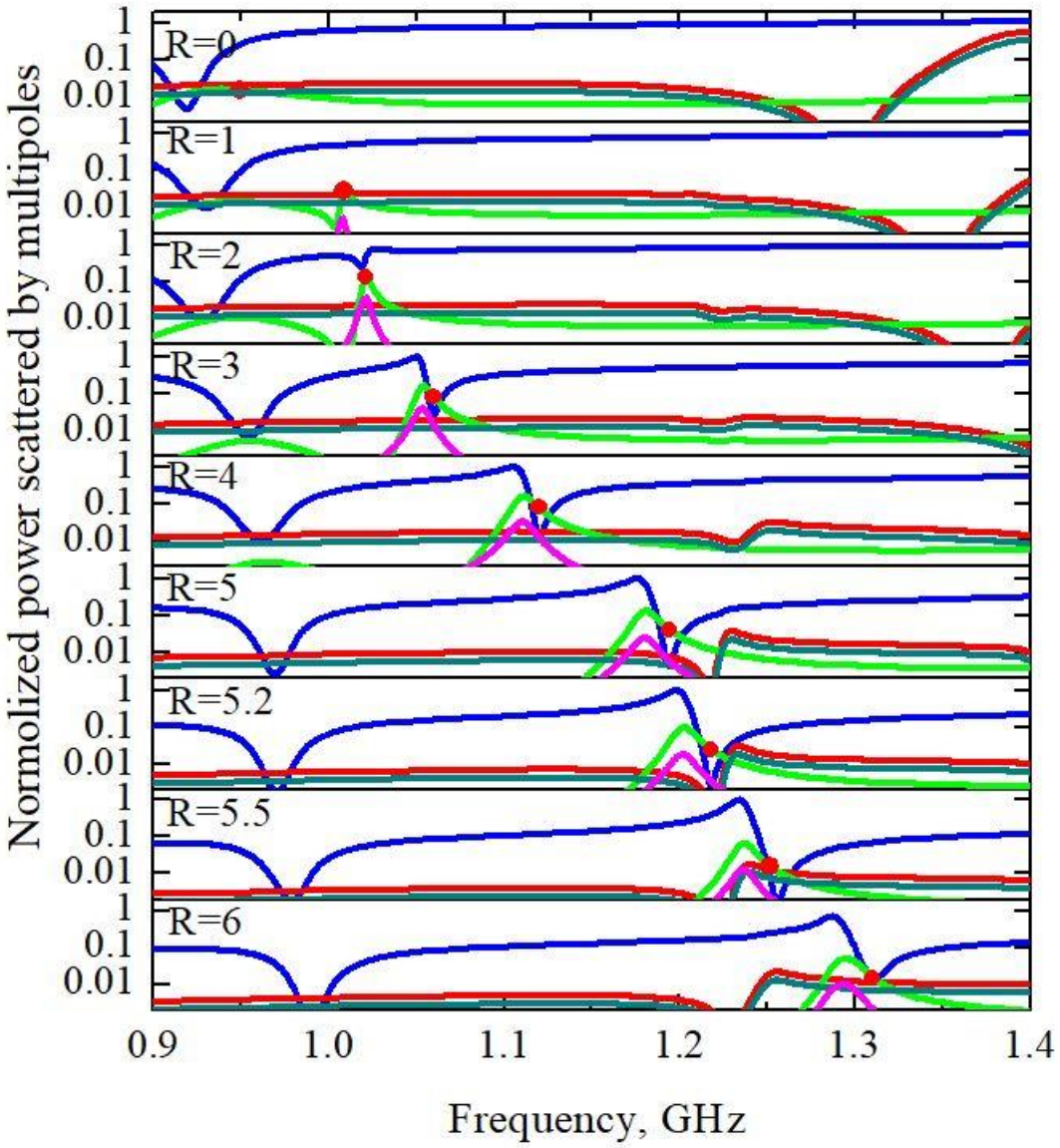


Рисунок 2.19 – Вклады пяти самых основных мультиполей, возбуждаемых в метаматериале на основе диэлектрической плиты с перфорированными отверстиями расчитанными с потерями в пределах перехода отверстий от $R = 0$ мм до $R = 6$ мм.

Сравним две структуры чтобы продемонстрировать, как мы можем использовать нашу идею в оптике для низкоиндексных диэлектриков, таких как кремниевая пластина с диэлектрической проницаемостью ε_1 с перфорированными отверстиями со встроенными цилиндрами ε_2. Изменения коэффициентов передачи в зависимости от соотношения между ε_1 и ε_2 представлены на рисунке 14. Мы отметили пик тороидного дипольного момента красной точкой (рисунок 14).

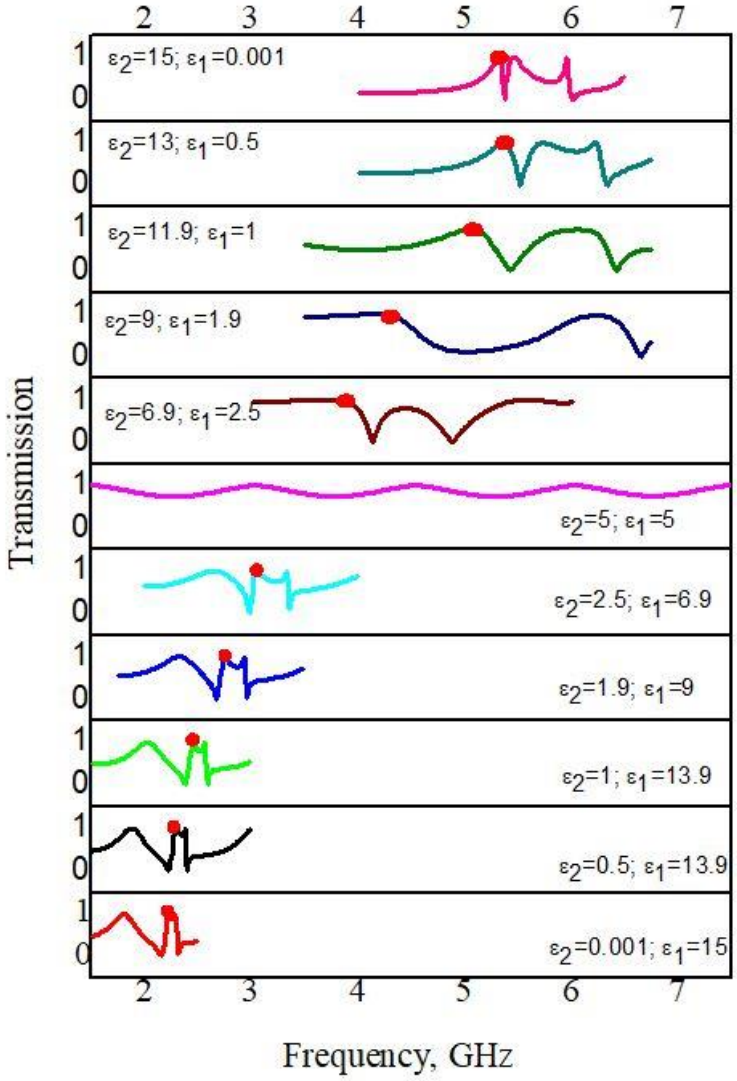


Рисунок 2.20 – Спектры пропускания S12 представляют зависимость тороидального отклика диэлектрической проницаемости структуры от диэлектрической проницаемости материала.

Интересно, что тороидная мода характеризуется максимумом на нижних частотах для диэлектрических цилиндров в матрице с низким индексом ($\varepsilon_1 > \varepsilon_2$), тогда как для второго случая($\varepsilon_2 > \varepsilon_1$) резонанс меняет форму.

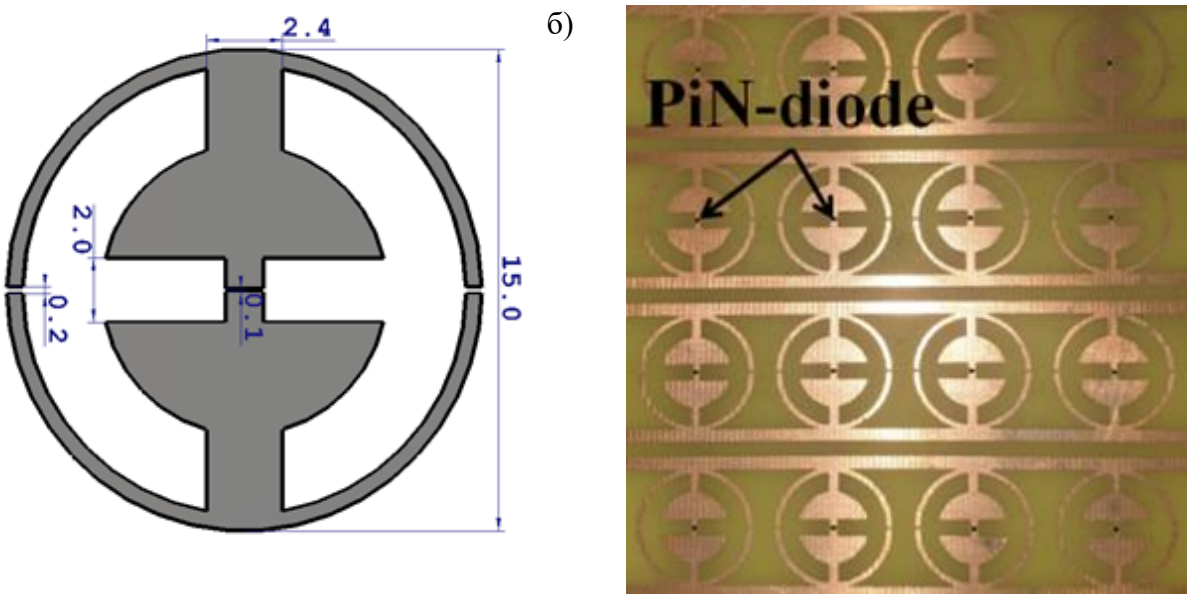
2.7. Анапольные метаматериалы на основе проводящих включений.

Возможность локализации электрического поля в субволновых областях, позволяет изменять (перестраивать) свойства метаматериала путем размещения вблизи полей нелинейных элементов, чувствительных к минимальным внешним воздействиям: оптическая накачка или изменение их электрических свойств за счет подачи внешнего напряжения или тока. Это

расширение может найти применение, например, для снижения радиолокационной заметности проблемных мест любого летательного аппарата. Такими местами являются воздухозаборники, кабины и, главное, радиолокационные и антенные системы, являющиеся «глазами» техники. Следовательно, экраны антенных систем должны быть как прозрачными, так и поглощающими, что является взаимоисключающим. Для корпусов и других пассивных частей используются радиопоглощающие материалы. Помимо использования адаптивных и цифровых антенных решеток, эффективным решением снижения заметности антенных систем является использование управляемых экранов с изменяемой радиопрозрачностью. В этом разделе приведено обсуждение метаматериала с тороидным откликом, который благодаря своей высокой добротности позволяет использовать его в качестве перестраиваемого экрана для задач невидимости, в том числе управляемых экранов для задач контроля радиолокационной заметности.

Отправной точкой для создания метамолекулы с тороидным откликом послужила конфигурация токов на поверхности структуры. Для простоты фабрикации экспериментального образца удобно использовать планарные структуры. Тороидный момент можно получить в ряде дизайнов, но наиболее предпочтительной для нашего приложения является дизайн, описывающийся двумя контурами с током. Такую систему вполне очевидно можно реализовать на основе двух проводящих полуколец с центральной перемычкой. Для такого дизайна характерно высокое значение тороидального дипольного момента, благодаря чему такая структура имеет высокую добротность и малые потери на излучение. Эта структура позволяет локализовать сильные магнитные поля в центральной области перемычки. Дизайн предлагаемого микроволнового метаматериала с тороидальным откликом представлен на рисунке 2.21.

а) б)



(а) Геометрия метамолекулы, все размеры указаны в миллиметрах; (б) периодический метаматериал с интегрированными PiN-диодами на центральный мостик.

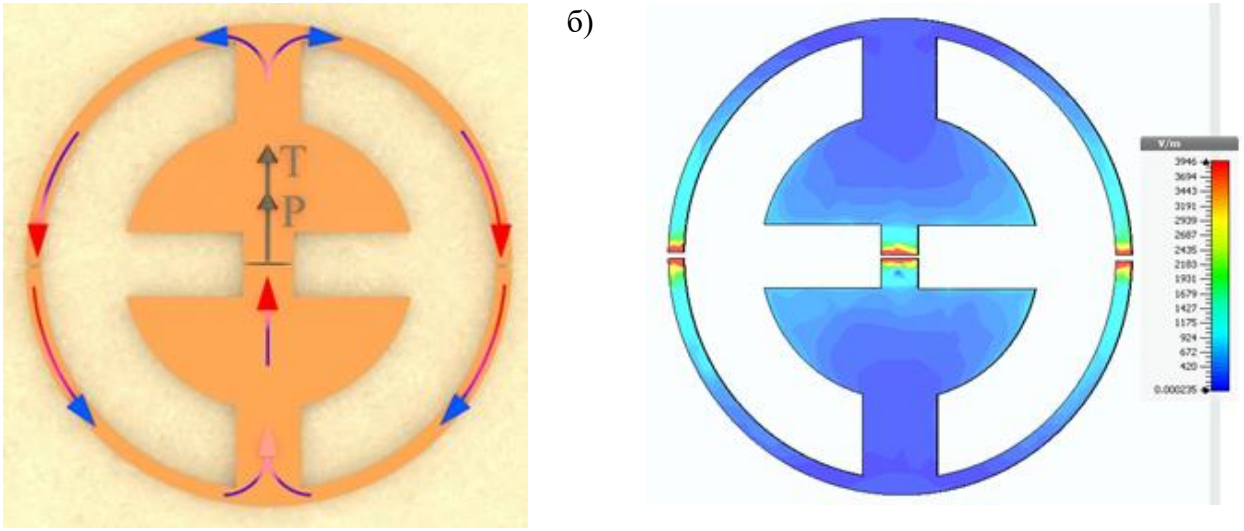
Рисунок 2.21 – Геометрия исследуемого метаматерилала.

Сложная форма резонатора объясняется необходимостью получения тороидального дипольного момента. Этот режим обусловлен возбуждением двух замкнутых контуров с токами, протекающими через центральную перемычку и боковые полукольца, которые гальванически связаны между собой. Благодаря такой геометрии падающая плоская электромагнитная волна с вектором E, поляризованным вдоль центральной перемычки, генерирует сильные токи. В свою очередь нелинейный элемент, установленный в области больших токов, приведет к изменению резонансных свойств метаматериала. В качестве такого элемента рассматривается PiN-диод HSMP-3892, работающий в диапазоне частот 1–5 ГГц. Этот диод управляется контактной линией (рисунок 2.21), соединяющей параллельно все метамолекулы, на которую подается внешнее управляющее напряжение. Поскольку контактные линии перпендикулярны вектору E падающей волны, они не оказывают существенного влияния на резонансные характеристики структуры. Такая модернизация позволяет изменять сопротивление на всех метамолекулах параллельно в диапазоне значений PiN-диода путем изменения тока от 1 до 100 мА.

Для исследования электромагнитных свойств метаматериала была разработана модель в программе электродинамического моделирования CST Microwave Studio с использованием периодических граничных условий. Размеры метамолекулы определяются внешним диаметром окружности Dout = 14,95 мм; внешние полукольца имеют ширину 1,2 мм. Внутренний круг, дающий большой емкостной вклад в отклик метамолекулы диаметром Din = 5 мм, разделен на две части перемычкой 0,6 мм. В качестве PiN диода на центральной перемычке был установлен

сосредоточенный элемент с различными значениями сопротивления от 1 до 100 Ом. электродинамический анализ показал наличие минимума в спектре отражения, что соответствует полному прохождению электромагнитной волны через метаматериал. исследования проводились в полосе частот 2,8–3,6 ГГц. Кривая отражения (S11) в этой точке имеет минимум –50 дБ, что указывает на прозрачность метаматериала в диапазоне 3,4 ГГц при низком сопротивлении (1 Ом). Однако, когда сопротивление на PiN-диоде увеличивается до 100 Ом, спектр отражения сглаживается, что характеризует структурные изменения тока на метамолекуле, и метаматериал становится отражающим. Моделирование позволяет оценить индуцированные токи (рисунок 2.22) и сравнить полученную картину с ожидаемым результатом. Результирующее распределение тока характеризуется двумя замкнутыми цепями. Вихрь магнитного поля локализован и вращается вокруг центральной перемычки (рисунок 2.22б), что создает тороидальный момент. Отношение напряженности магнитного поля в центре метамолекулы к интенсивности падающей волны.

а) б)

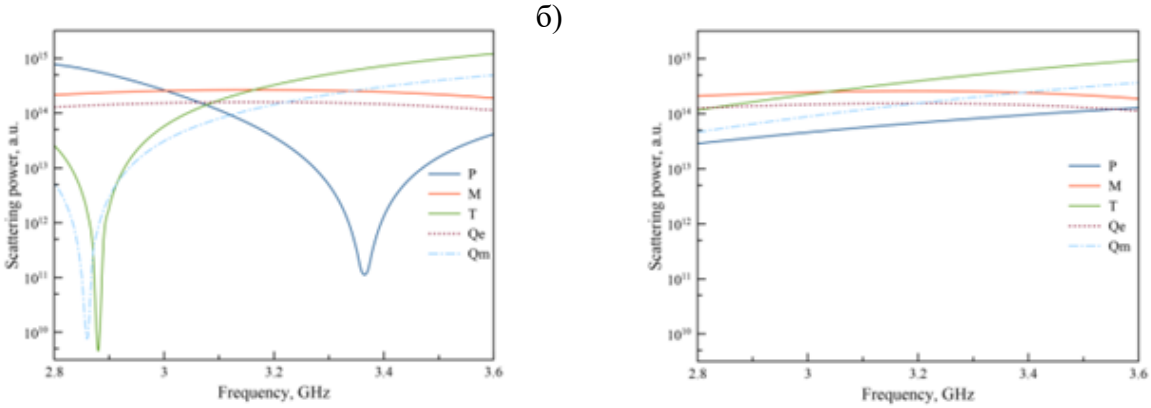


(а) Распределение токов в дизайне; (б) тепловая карта распределения электрического поля в структуре. Красным цветом отмечены точки с наивысшей концентрацией поля.

Рисунок 2.22 – Результаты электродинамической симуляции метаматериала..

Полученный спектр интенсивностей мультиполей для режима с минимальным сопротивлением на PiN-диоде (рисунок 2.23) хорошо описывает амплитудно-частотную характеристику метаматериала. Минимальное отражение электромагнитной волны связано с минимумом электрического дипольного момента и максимумом тороидального дипольного момента на спектре рассеяния. При отсутствии разности потенциалов на контактах диода спектр сглаживается и исчезает ярко выраженное доминирование какого-либо мультиполя.

а) б)

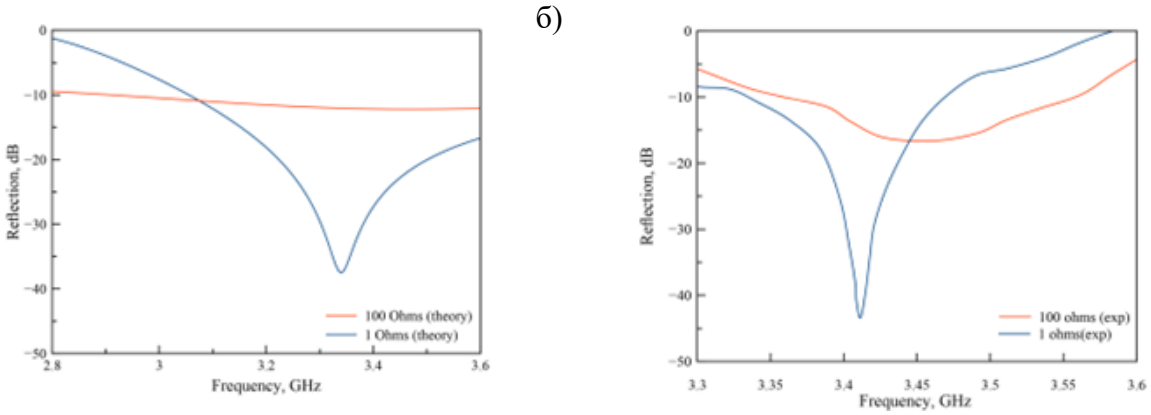


(а) Режим с минимальным сопротивлением PiN-диода; (б) режим с максимальным сопротивлением.

Рисунок 2.23 – Мультипольная декомпозиция. Спектр интенсивностей включающий 5 основных мультипольных вкладов.

Для экспериментального подтверждения полученных результатов был изготовлен образец метаматериала методом химического травления. В качестве проводящего слоя использовалось напыление меди на лист композиционного эпоксидного материала, что позволило получить образец метаматериала с большим количеством метамолекул. Эти параметры исключают краевые эффекты, связанные с интерференцией на границе метаматериала. Для исследований использовался метод двух рупорных антенн. Спектры отражения измерялись с помощью двух антенн с помощью векторного анализатора цепей Rohde & Schwarz ZVB20 в безэховой камере с образцом, расположенным в дальнем поле на расстоянии ~4λ. Экспериментальный график (рисунок 2.24б) во многом повторяет результат моделирования (рисунок 2.24а). Незначительное различие резонансных частот связано в первую очередь с диэлектрической проницаемостью подложки. Наблюдаемое переключение режимов передачи (синяя кривая)/отражения (красная кривая) в диапазоне 3,4 ГГц осуществлялось за счет изменения сопротивления PiN-диода.

а) б)



(а) Спектр отражения S11 полученный с помощью электродинамической симуляции

(синяя кривая соответствует минимальному, красная – максимальному сопротивлению PiN-диода); (б) экспериментальный спектр отражения.

Рисунок 2.24 – Коэффициенты отражения S11.

Благодаря предложенной топологии метаматериал обладает сильной концентрацией токов и характеризуется тороидальным дипольным моментом, определяющим спектральный отклик системы. Размещение в структуре нелинейного элемента, параметры которого могут быть изменены внешними воздействиями, например, с помощью напряжения/тока или оптической накачки, позволяет манипулировать его свойствами для создания модуляторов и управляемых экранов различные длины волн. На примере использования PiN-диодов показано, что спектральные свойства метаматериала можно переключать в режиме пропускания/отражения. Такие метаматериалы будут перспективны для создания элементов маскировки и экранов для задач электромагнитной совместимости. Одно из применений метаматериала может быть в области создания высокочувствительных датчиков электромагнитных полей различного диапазона.

2.8. Выводы по второй главе.

В этой главе теоретически и экспериментально исследован новый класс диэлектрических метаматериалов, которые демонстрируют резонансный тороидальный отклик в микроволновой части спектра. Одна из предложенных структур состоит из диэлектрических цилиндров с высоким показателем преломления, расположенных по углам квадрата. Использование такой модели удобно для математического описания природы возбуждения тороидного дипольного момента, а также получения неизлучающего состояния основанного на деструктивной интерференции электрического и тороидного дипольных моментов, что продемонстрировано в рамках мультипольного разложения электрического поля по элементарным гармоникам. Анапольная мода структуры подтверждается моделированием и измерением излучения электрического поля в дальней зоне. Использование дистиллированной воды в качестве материала для прототипирования электромагнитных структур позволило провести исследование электрического и магнитного поля внутри диэлектрических частиц и согласовать результаты теоретического расчета и экспериментального исследования, подтвердив возбуждение анапольного состояния структуры. В рамках работы описан механизм перехода анапольного состояния в зависимости от варьирования диэлектрической проницаемости компонентов метаматериала, и продемонстрирована зависимость анапольного состояния от симметрии структуры. Эти результаты могут быть полезны для будущего оптического проектирования диэлектрических анапольных метаматериалов в оптическом диапазоне частот.

Глава 3. Сверхпроводящий квантовый мета-атом

Одна из глав работы посвящена созданию двухуровневой квантовой системы на базе тороидальной моды резонатора сложной формы. Одно из применений такой системы – базовый элемент будущего квантового компьютера – кубит или квантовый бит. Классический бит, реализованный в полупроводниковой электронике, задается состояниями 0 и 1. Квантовый бит может спектр значений между $|0\rangle$ и $|1\rangle$, то есть находиться в суперпозиции этих состояний:

$$|Q\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta|1\rangle \tag{45}$$

где α и β – комплексные числа, которые удовлетворяют условиям нормировки: $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Следовательно, можно переписать формулу в виде выражения и задать геометрическую интерпретацию состояния кубита:

$$|Q\rangle = \left(cos\,cos\,\frac{\theta}{2}\,|0\rangle + e^{i\varphi}\,sin\,sin\,\frac{\theta}{2}\,|1\rangle\right) \tag{46}$$

где θ – полярный, а φ – азимутальный углы, которые задают точку на единичной сфере, называемой сферой Блоха (рисунок 3.1).

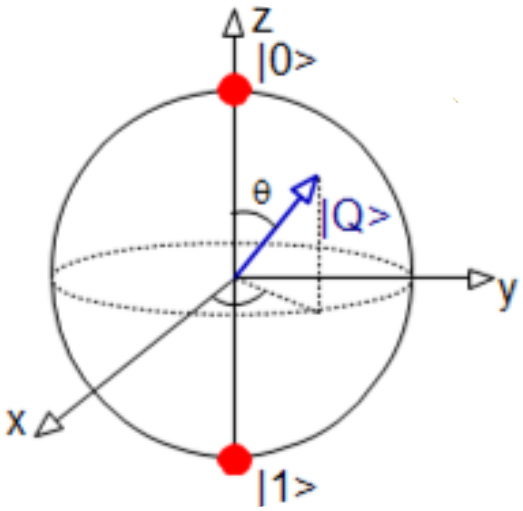


Рисунок 3.1 – Графическое представление кубита (сфера Блоха)

На сфере Блоха удобно демонстрировать, какие отклонения может испытывать приготовленное состояние кубита. Разрешение состояния или спонтанный переход из состояния $|0\rangle$ в состояние $|1\rangle$ (случайное изменение угла θ) называется *релаксацией* и описывается характерным временем T_1.

Влияние внешних факторов может приводить к колебанию уровней энергии и возникновению фазы на состоянии кубита. Случайное изменение фазы кубита (угол φ) называется *дефазировкой* с характерным временем T_φ.

Переход кубита из состояния суперпозиции в статическую смесь состояний за счет дефазировки и релаксации происходит за время *декогеренции* T_2, и связан с выражением

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{T_\varphi} \tag{47}$$

Такие двухуровневые системы могут быть реализованы на широком спектре примеров, которые можно разделить на две группы: естественные и искусственные структуры. К первой группе относятся нейтральные атомы или ионы, преимущество создания таких систем в том, что атомные системы имеют слабое взаимодействие с окружающей средой, и, как следствие, большое время когерентности – несколько секунд. Такие системы являются многообещающими за счет масштабирования. Разработка многокубитных цепей является сложной задачей. Одно из решений – использование перестраиваемого элемента связи. Достоверность однокубитной операции в таких структурах достигает 99,96% [106], а двухкубитной операции 99,23% [107]. Одной из перспективных платформ являются ионы в ловушках, где достигаются значения времен когерентности сотни микросекунд, где в качестве уровней используются состояния внешнего электрона на ионе, а управляющий импульс подается на колебательные моды ионного ансамбля. Реализация многокубитной схемы значительно проще, так как между ионами, пойманными в ловушки электрическим или магнитным полем, существует сильное кулоновское отталкивание. Сегодня реализована схема с 32 кубитами, достоверность однокубитных операций составляет 99%, а двухкубитных операций – 98% [108, 109].

Так же успешно реализуются двухуровневые системы на структурах из второй группы, например, спины в твердых телах, ядерные спины в молекулах, сверхпроводящие цепи. Одним из перспективных направлений здесь являются спины в твердых телах и сверхпроводниковые цепи. В первом случае в качестве двухуровневых систем используют спины в NV центрах алмаза [110] или электронные спины в электронном газе полупроводниковых квантовых точек [111]. Здесь логической единицей является направление ядерного или электронного спина в квантовой точке или NV центре, управление которыми реализуется лазером или внешними потенциалами.

Большое количество реализаций двухуровневых систем основано на сверхпроводниковых цепочках. В таких системах в качестве нелинейного элемента используется контур с джозефсоновскими контактами. В качестве логических единиц, хранящих информацию, могут

использоваться несколько вариаций, от которых зависит тип кубита и принцип его работы. Это может быть зарядовый (число сверхпроводящих электронов), потоковый (направления циркулирующего сверхтока) и фазовый (колебательные состояния) кубиты.

3.1. Сверхпроводимость и джозефсоновский контакт

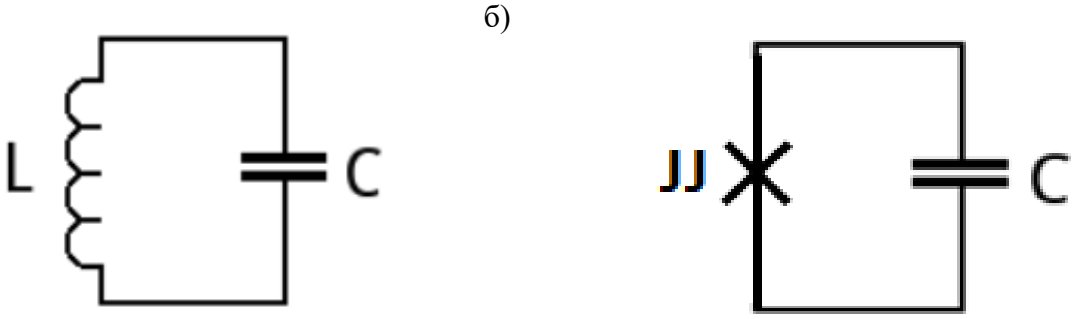
Ключевым требованием реализации элементов для квантовых вычислений является высокое время когерентности. Создание искусственных атомов активно использует сверхпроводящие структуры с интегрированными джозефсоновскими переходами. Модернизация технологий изготовления и проработка дизайнов привело к росту времени когерентности кубитов на несколько порядков [112]. Однако, для реализации квантовых вычислений необходимо, чтобы время декогеренции было примерно в десять тысяч раз больше, чем время, необходимое для выполнения логических операций. Это требование выполняется, например, для кубитов, построенных на ионных ловушках. В случае сверхпроводящих кубитов управляющий импульс имеет длительность несколько наносекунд, что на порядок меньше времени декогерентности, тем не менее, сверхпроводящие элементы являются многообещающими кандидатами для построения квантовых схем за счет управляемости, масштабируемости, и считываемости. Сегодня существуют работы, предлагающие дизайны «тихих» кубитов, для которых необходимо особые условия и материалы, кроме того, они не защищены от низкочастотного шума [30]. В 2015 году предложена геометрия кубита, защищенная от низкочастотного шума и хорошо изолированная от окружающей среды за счет использования интерференции электрического и тороидного диполей [31]. Такая идея не получила реализации за счет сложного трехмерного дизайна. Однако мы в работе реализуем этот подход, упростив схему. Тороидный дипольный момент ранее активно исследовался в области конструирования метаматериалов, где за счет сильной локализации электромагнитных полей в субволновой области резонансы обладают высокой добротностью. Этот параметр является важным для создания квантовых мета-атомов, следовательно, интересно сконструировать сверхпроводящий мета-атом обладающий значительным вкладом тороидного момента энергию рассеяния.

В качестве материала для создания структур можно использовать большое количество кандидатов. Выбор материала основывается не только на температуре сверхпроводящего перехода, но и особенностях технологической базы. Алюминий является основным элементом для создания сверхпроводниковых цепей, за счет возможности окисления тонкого слоя материала, что приводит к получению прочного и равномерно распределенного оксида алюминия Al_2O_3. Это одно из главных преимуществ использования алюминия в качестве

фундамента для конструирования сверхпроводниковых цепей. Несмотря на достаточно низкую температуру сверхпроводящего перехода (1.2К). Использование сверхпроводников с более высокой температурой перехода не исключает необходимость охлаждения кубита до температур порядка 20мК. Характерная энергия перехода между уровнями равна $\hbar\omega$, что должно быть много больше тепловых флуктуаций $\hbar\omega \gg k_B T$. Таким образом, для кубита, изготовленного на частоте 4 ГГц рабочая температура должна быть ниже 70мК. Одной из основных технологических трудностей создания сверхпроводящих кубитов является получение джозефсоновских контактов маленькой площади. Для того что бы получить большие значения нелинейности необходимы маленькие значения критического тока, а это достигается получением джозефсоновских контактов размерами 0.1мкм^2.

Принцип работы квантовой системы можно представить с помощью резонансного контура LC (рисунок 3.2а). Такая система представляет собой гармонический осциллятор. Такая система имеет параболическую потенциальную яму с эквидистантными уровнями энергии.

а) б)



(а) Схема LC контура; и (б) схема трансмона.

Рисунок 3.2 – Эквивалентная схема.

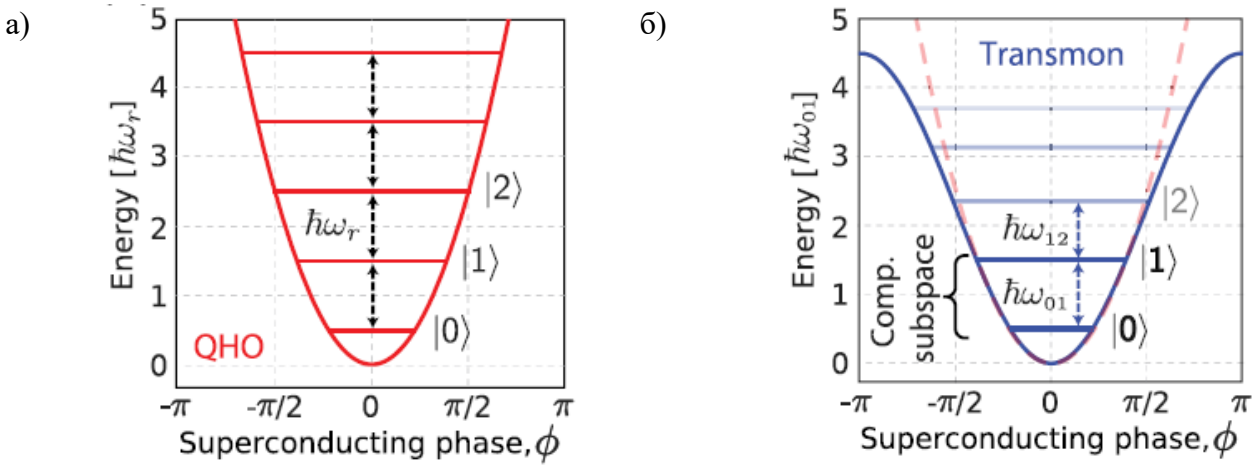
Гамильтониан такой системы в базисе потока и заряда записывается в виде

$$\hat{H} = \frac{\hat{Q}^2}{2C} + \frac{\hat{\Phi}^2}{2L} \tag{48}$$

оператор заряда $\hat{Q}$, и потока $\hat{\Phi}$ не коммутируют. Вследствие соотношения неопределенности Гейзенберга, когда нельзя точно измерить величину заряда и потока их соотношение будет равно $[\hat{Q}, \hat{\Phi}] = i\hbar$.

Для получения ангармонического потенциала можно добавить в контур джозефсоновскую индуктивность (рисунок 3.2б). Внедрение нелинейного элемента приводит к изменению потенциальной энергии, которая будет представлять собой яму в виде косинуса. Изменение

потенциала приводит к тому, что пропадает эквидистатность уровней в системе с внедренным джозефсоновским контактом. Энергия перехода с основного состояния $|0\rangle$ на первое возбужденное состояние $|1\rangle$ больше энергии, необходимой для перехода из состояния $|1\rangle$ в состояние $|2\rangle$. А разница между этими частотами есть один из параметров квантовой системы – ангармонизм [113].



Потенциал LC контура (а) и (б) контура с джозефсоновским переходом.

Рисунок 3.3 – Потенциалы гармонического и ангармонического осциллятора.

Джозефсоновский переход представляет собой область контакта двух сверхпроводников, разделенную тонким слоем диэлектрика. Ключевым параметром, описывающим эффект Джозефсона, является разность фаз на обкладках контакта. Этот эффект состоит в том, что величина тока, протекающего без потерь является периодической функцией умноженной на величину критического тока

$$I_s = I_C \, sin \, sin \, \varphi \tag{49}$$

Величина критического тока зависит в первую очередь от толщины диэлектрика, разделяющего сверхпроводник, а также от свойств материалов. Еще одно свойство такого контакта заключается в том, что напряжение на обкладках пропорционально производной разности фаз по времени

$$V = \frac{\hbar}{2e}\frac{d\varphi}{dt} \tag{50}$$

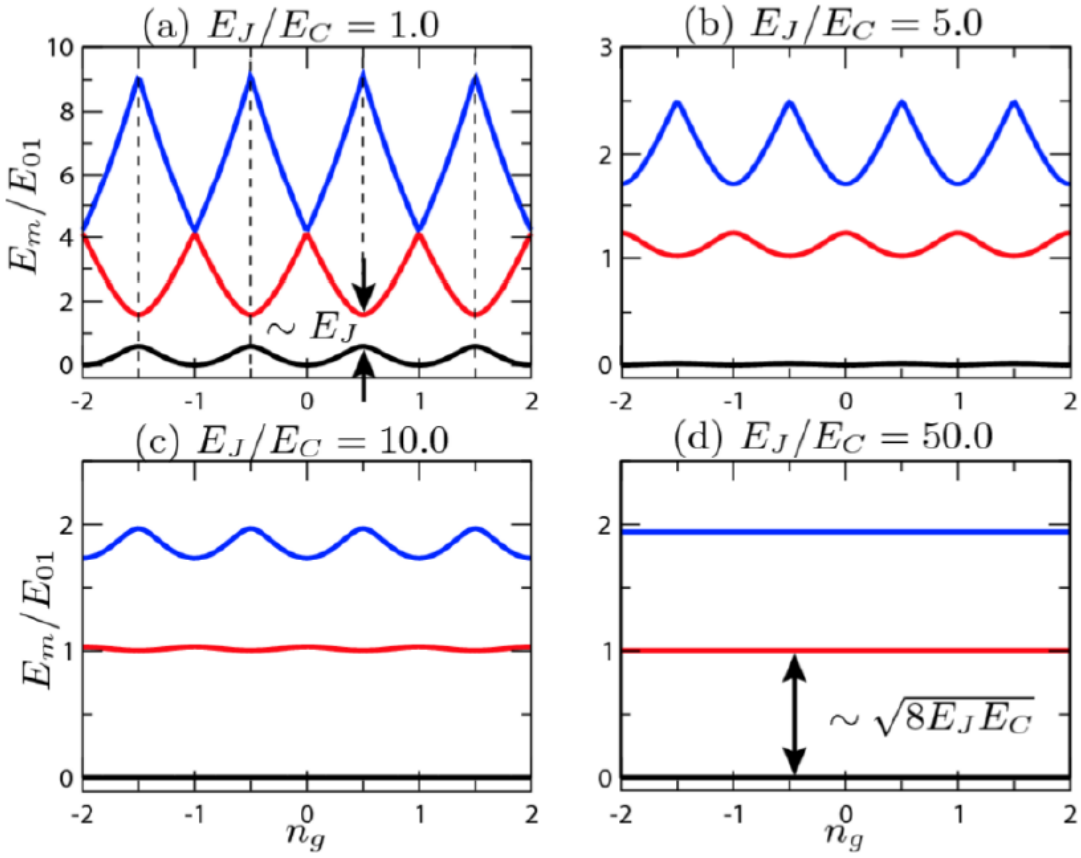
Дифференциал первого соотношения джозефсона с подставкой $\frac{df}{dt}$ во второе соотношение описывает индуктивность перехода

$$L_J = \frac{\Phi_0}{2\pi I_c \, cos \, cos \, \varphi} \tag{51}$$

Джозефсоновский переход является одновременно и индуктивностью, как было показано выше, и емкостью, так как это два сверхпроводника разделенных диэлектриком. Эти энергии можно модифицировать на этапе фабрикации дизайна. Зарядовая и джозефсоновская энергия определяется как

$$E_C = \frac{e^2}{2C_J}, \qquad E_j = \frac{I_C \Phi_0}{2\pi} \tag{52}$$

Отношение этих энергий характеризуют режим работы кубита. Режим кубита, при котором $E_C \gg E_J$, характеризует зарядовый кубит, здесь хорошо определенной переменной является заряд, а элементом, содержащим квантовую информацию, является заряд. Однако такой кубит, в значительной степени, чувствителен к зарядовым шумам. Шунтирование дополнительной емкостью приводит к получению другого типа кубита – трансмона, где $E_C \ll E_J$ [114]. В таком системе уровни энергии сглаживаются при приближении к отношению $E_J/E_C = 50$. Таким образом, мы хотим подобрать режим, в котором система не будет чувствительна к зарядовому шуму, однако на спектроскопии будут наблюдаться квантовые флуктуации, такой режим характерен при $E_J/E_C = 5$.



Спектры кубитов при соотношениях $E_J/E_C = 1$ (а), 5 (б), 10 (в), 50 (г)

Рисунок 3.4 – Зависимость энергетических спектров от отношения (E_J/E_C).

3.2. Логика дизайна

В контексте сверхпроводящих кубитов цель работы заключается в значительном увеличении линейного размера кубита при фиксированных рабочих температурах ($10\text{мК} - 100\text{мК}$) и частотном диапазоне ($1 - 15\text{ГГц}$) с попыткой сохранить значительное значение времени жизни кубита и достаточно низкую частоту Раби. В работе мы исследуем искусственный мета-атом (или метамолекулу) на основе трансмона [115] или трансмоноподобной системы с площадью сверхпроводящей поверхности $0{,}4\text{см}^2$ и экспериментально наблюдаемым ангармонизмом. Это новое расширение уже хорошо сформированной технологии квантовых вычислений может найти применение, потому что отрасли нужны масштабируемые, компактные и хорошо скрытые от окружающей среды кубиты. Интересная задача - найти техники для дополнительного улучшения скрытности. Пересмотр и объединение известных идей «как локализовать поле» в реальном устройстве - ключи к достижению ясного и единого понимания этих явлений в целом.

Одна из фундаментальных проблем кубитов-трансмонов – низкий ангармонизм, который приводит к увеличению длительности логических операций и снижению их точности. Компоненты, присутствующие в управляющих импульсных сигналах, могут вызывать нежелательные переходы на верхние уровни. Решением этой проблемы может стать увеличение ангармонизма, который связан с соотношением емкостной и зарядовой энергии, $\hbar\delta \sim E_J/E_C$. Уменьшение этого соотношения приводит к уменьшению ангармонизма, однако, такой режим приводит к экспоненциальному уменьшению зарядового шума. Так как обычно необходимо разрешить несколько первых уровней мета-атома, это расширение активно используется на практике, когда ангармонизм еще достаточно большой, чтобы можно было пренебречь более высокими уровнями, но и нежелательная зарядовая чувствительность практически подавлена.

Рассмотрим гамильтониан трансмона:

$$\widehat{H} = 4E_C\hat{n}^2 + E_J(1 - cos\ \hat{\phi}\ ) \tag{53}$$

Он описывается суммой емкостной $E_C = \frac{e^2}{2(C_J+C_S)}$ и джозефсоновской $E_J\ = \frac{I_C\Phi_0}{2\pi}$ энергии. В пределе, когда $E_C \ll E_J$, гамильтониан трансмона можно записать как гамильтониан обычного LC-контура с небольшим возбуждением $\hat{V}$. Предположим, что ϕ мало и разложим член, описывающий джозефсоновскую энергию до четвертого порядка.

$$\widehat{H}\ =\ 4E_C\hat{n}^2 + E_J\left(\frac{\hat{\phi}^2}{2} - \frac{\hat{\phi}^4}{24}\right) \tag{54}$$

Получим возмущение гармонического осциллятора, равное $\hat{V} = -E_J\frac{\phi^4}{24}$. В нулевом порядке теории возмущений решения задачи на стационарные состояния совпадают с решениями для гармонического осциллятора. Частота такого гармонического осциллятора определяется соотношением $\hbar\omega = \sqrt{8E_JE_C}$, а поправка первого порядка для энергий такого осциллятора:

$$E_m^{(1)} = \frac{E_c}{12}(6m^2 + 6m + 3) \tag{55}$$

А разница энергий между уровнями $E_{m-1,m} = \sqrt{8E_JE_C} - mE_c$. В таком приближении ангармонизм $\hbar\delta = E_{12} - E_{01} = E_2 - E_1 - (E_1 - E_0) = -E_C$.

Важным отличием электродинамической симуляции от эксперимента заключается в использовании индуктивности величиной L_J вместо джозефсоновского контакта, что приводит к дополнительной энергии магнитного поля W_H. Чтобы учесть эту энергию в гамильтониане необходимо добавить член, пропорциональный квадрату разности фаз на джозефсоновском контакте $E_L\frac{\phi^2}{2}$.

Тогда зарядовая энергия уже не будет связана с электростатической емкостью, ее величину можно получить из электродинамической симуляции, рассчитав частоту моды $\hbar\omega = \sqrt{8(E_J + E_L)E_C}$. Величина E_L будет связана с соотношением индукторов $W_H(E_L + E_J) = W_E(E_L)$. Окончательно получим выражение для оценки ангармонизма такого трансмона:

$$\hbar\delta = -E_C = \frac{(\hbar\omega)^2}{8\left(E_J + \frac{W_H E_J}{W_E - W_H}\right)} = \frac{(\hbar\omega)^2}{8E_J}\left(1 - \frac{W_H - W_{JJ}}{W_E}\right)^2 \quad (56)$$

Где $W_E = \int \frac{(\vec{E},\vec{D})}{2}dV$ и $W_H = \int \frac{(\vec{H},\vec{B})}{2}dV$ мощности электрического и магнитного поля проинтегрированная по всему объему волновода. Однако, W_H подразумевает энергию магнитного поля волновода с резонатором, а СКВИД может давать значительную поправку в суммарную мощность магнитного поля, пропорциональную квадрату тока на нем, равную $W_{JJ} = \frac{LI^2}{2}$. Таким образом, увеличив эту поправку, получим значительный ангармонизм системы..

Отправной точкой для создания кубита с сильно подавленным электрическим полем способного связываться полем волновода стал выбор геометрии резонатор из разорванного кольца (ISRR), для которой характерна высокая величина тороидального дипольного момента, за счёт которого такая структура имеет высокую добротность по отношению к радиационным потерям. Структура представляет собой кольцо ($R_{middle} = 2.3$мм, $R_{out} = 3$ мм) с двумя разрезами ($g = 55$ мкм). Центральная окружность ($R_{in} = 1.5$ мм), дающая большой емкостной вклад в частоту резонатора, разрезана на две части линией $s = 0.6$ мм. Внешняя окружность, дополняющая тороидальную структуру токов, гальванически связаны с центральным диаметром через перемычку $b = 0.3$ мм.

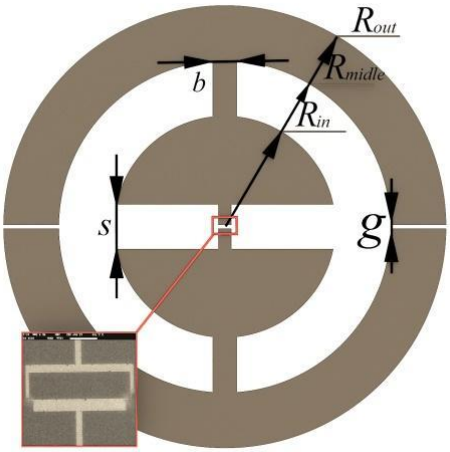


Рисунок 3.5 – Геометрия сверхпроводящего мета-атома.

На чипе размещен СКВИД вместо джозефсоновского перехода. Т.е. контролируемым параметром мета-атома является критический ток СКВИДа. Емкость образца заложена в его дизайне. С одной стороны, это емкость между пластинами, которая зависит от их площади, в симуляции она учитывается автоматически, а с другой стороны, нужно учесть емкость на СКВИДе, которая составляет 10 фФ. Стандартное решение для конструирования трансмона представляет собой диполь в виде двух сверхпроводящих пластин, развернутых в виде плоскопараллельного конденсатора. В центре дизайна, между обкладками конденсатора обычно располагают СКВИД, который может принимать диапазон значений индуктивности. Аналогично этому решению в центральную перемычку мы поместили ассиметричный СКВИД, режим окисления приводит к плотности критического тока $J_c = 1.92 \frac{\text{мкА}}{\text{мкм}^2}$ через джозефсоновский переход. Параметры используемого СКВИДа представлены в таблице 3.

Таблица 3. Параметры СКВИДа.

Плотность критического тока	$J_c = 1.92\ \mu A/\mu m^2$
Площадь СКВИДа	$S = 39\ x\ 9\ \mu m^2$
Площадь малого контакта	$S_1 = 150\ x\ 167\ nm^2$
Площадь большого контакта	$S_2 = 150\ x\ 267\ nm^2$
Критический ток малого контакта	$I_{c1} = S_1\ x\ J_c = 48\ nA$
Критический ток большого контакта	$I_{c2} = S_2\ x\ J_c = 77\ nA$ $I_\Sigma = 125\ nA;\ I_- = 29\ nA$
Минимальная индуктивность СКВИДа	$I_\Sigma = \Phi_0/(2\pi\ x\ I_\Sigma) = 2.63\ nH$
Максимальная индуктивность СКВИДа	$I_- = \Phi_0/(2\pi\ x\ I_-) = 11.3\ nH$

3.3. Фабрикация образца.

Фабрикация структур, отдельные элементы которых имеют характерный размер порядка нескольких микрометров, реализуется при совмещении двух технологий: фотолитографии и электронной литографии. Этот подход позволяет изготавливать крупные объекты с хорошей точностью, а также получать наноразмерные джозефсоновские контакты. Фотолитография заключается в экспонировании фоторезиста излучением видимого диапазона частот. Основные этапы этого процесса заключается в нанесении фоторезиста, экспонировании, проявлении, напылении и удалении остатков фоторезиста. Процесс может выполняться как с помощью маски (засветка производится через заранее подготовленную маску с формой структуры), а так и с помощью растрового метода (отрисовка структуры лазерным лучом) [116].

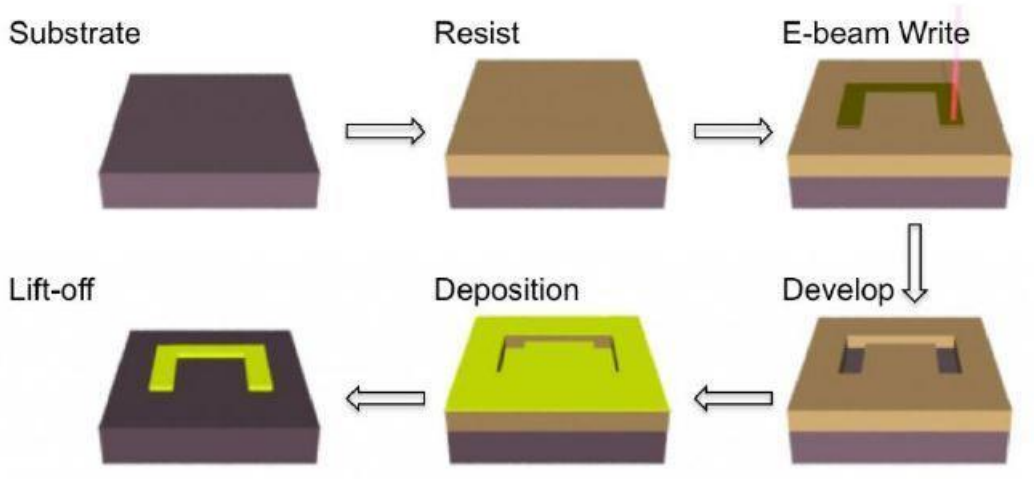


Рисунок 3.6 – Этапы проведения литографии.

Электромагнитное излучение, попадающее на фоторезист, активирует его, это позволяет производить манипуляции отдельно с засвеченной или не засвеченной частью подложки, которую можно будет удалить на этапе проявления. После удаления фоторезиста с одной из областей производится напыление алюминия. Завершающим этапом фабрикации является удаление остатков фоторезиста вместе с осажденным на него алюминием.

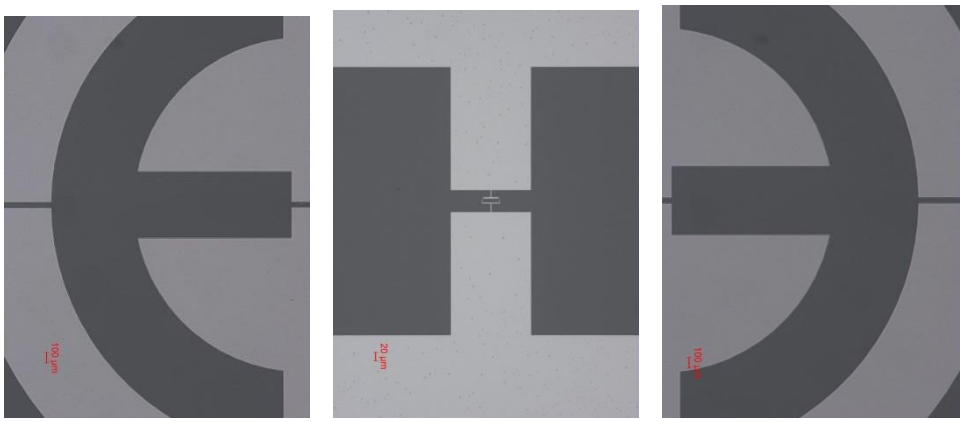


Рисунок 3.7 – Фрагменты фотографий изготовленного мета-атома

Изготовление джозефсоновских контактов является наиболее технологически сложным этапом фабрикации. Несмотря на модернизацию технологии масочного напыления (использование коротковолнового ультрафиолетового диапазона, 190 нм) для стабильной фабрикации джозефсоновских переходов применяется электронная литография, где максимальное разрешение 10 нм. Этапы электронной литографии и фотолитографии похожи, однако, использование электронов вместо фотонов обуславливает использование других резистов и проявителей. На рисунке 3.8 показана общая технологическая цепочка изготовления сверхпроводящих туннельных переходов с использованием электронно-лучевой литографии и теневого напыления.

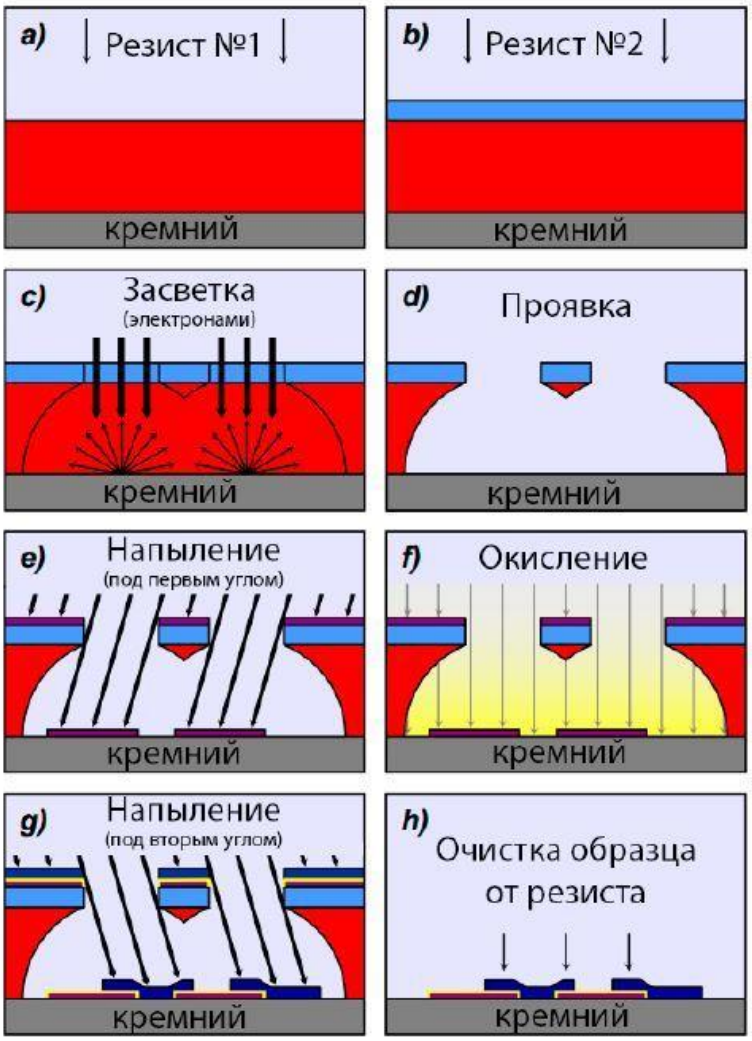
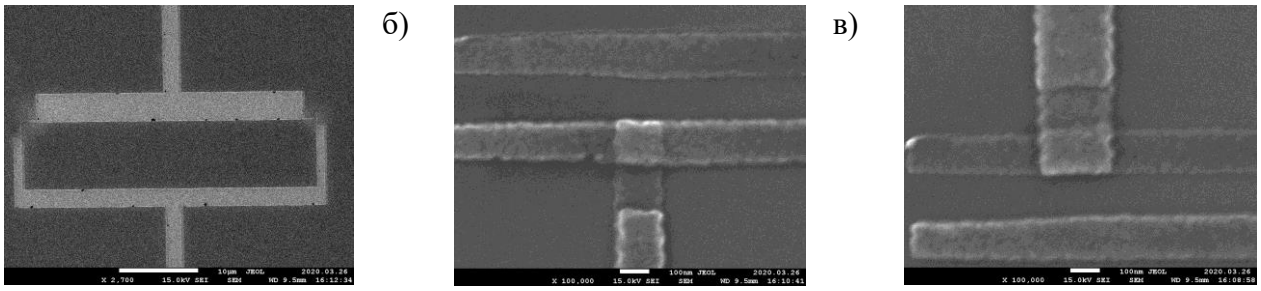


Рисунок 3.8 – Технологические этапы изготовления туннельных переходов алюминий/оксид алюминия с использованием электронов.

Наиболее распространенной и отработанной методикой фабрикации джозефсоновских переходов основан на окислении поверхности алюминия. Этот процесс формирует тонкую оксидную пленку оксида $Al_2 0_3$ на поверхности Al и является контролируемым за счет давления кислорода. Теневое напыление удобно тем, что процесс можно выполнить под разным углом, а между этапами производить окисление поверхности, что приведет к созданию туннельного SIS-барьера. Давление кислорода в этой методике обычно $0.02 - 1.5$ мБар. Важно отметить, что при получении тонкой пленки оксида кислород перестает диффундировать в алюминий, что позволяет получить барьеры с толщиной $2 - 3$ нанометра. Такие параметры позволяют получить плотности критического тока $0.1 - 10$ мк$A/$мкм^2. Таким образом, методика позволяет сформировать джозефсоновские контакты $Al - AlO_x - Al$, которые образуют ассиметричный СКВИД, а в качестве сверхпроводника используется Al.

а) б) в)



(а) Изображение двухконтактного ассиметричного СКВИДа; (б) джозефсоновский контакт S_1; (в) джозефсоновский контакт S_2;

Рисунок 3.9 – Фрагменты фотографии изготовленного асимметричного СКВИДа с двумя джозефсоновскими контактами. Изображение сделано с помощью сканирующего электронного микроскопа.

3.4. Волноводная мода.

Архитектура cQED [32] подразумевает использование резонатора считывания, размещенного около с кубитом. Это расширение уже хорошо сформированной технологии активно используется, однако, отрасли нужны масштабируемые, компактные кубиты, хорошо скрытые от окружающей среды. Интересная задача - найти техники для дополнительного улучшения скрытности.

Чтобы не было сомнений в том, какую часть пространства считать существенной при учете вклада в общую энергию колебаний (чтобы размеры мета-атома и размеры области, где существенны эффекты квантовой электродинамики, однозначно идентифицировались), решено использовать моду волновода TM01.

Во-первых, мода TM это не основная мода круглого волновода, однако, в силу её симметричности, её легко селективно возбуждать. Большим преимуществом моды TM01 является высокая однородность константы связи: при креплении объектов к стенке волновода константа связи слабо зависит от небольших отклонений геометрии крепления.

Во-вторых, Вдоль направления распространения зондирующего сигнала есть ограничение за счет наличия частоты среза f_{cut}. Излучение источника, помещенного в волновод, хорошо подавляется для частот ниже отсечки. Это подавление для непрозрачного режима аналогично влиянию запрещенной зоны [33] на интенсивность излучения атома, находящегося в запрещенной зоне или вблизи нее, что положительно скажется на добротности резонатора, помещенного ниже частоты отсечки. За счет небольшой связи мета-атома с линией (высокий $coupling\ quality\ factor$) ширина спектральных линий будет меньше. Если для наблюдения желаемого квантового эффекта требуется различить несколько спектральных линий, то эта

процедура станет более уверенной. Здесь можно провести аналогию с балансом между входящими и исходящими потоками энергии антенн. Так как мы хотим уменьшить потери на излучение, мы должны уменьшить связь между открытым каналом и системой. Этот тип потерь является преобладающим для огромных систем. Для резонатора, соединенного с линией передачи (с силой κ), общий подход заключается в разделении внутренних потерь внутри резонатора и радиационных потерь. Слишком сильная связь приводит к низкой добротности (полной или нагруженной). В пределе ничтожных внутренних потерь волновод плюс резонатор просто играют роль полосового фильтра или идеального зеркала, отражающего падающий свет.

В третьих, возбуждение резонатора структурированными модами позволяет получить идеальный тороидный отклик, с подавлением остальных мультиполей [85]. Распределение электромагнитного поля в таких модах характеризуется первой гармоникой волны типа TM01 для резонаторов и волноводов круглого сечения.

Расчет структуры составляющих поля в объеме сводится к решению уравнений Максвелла для распространения волн TE и TM, удовлетворяющих граничным условиям на стенках резонатора. Подробный разбор приводится в [117, 118]. Распространение волны TEM в цилиндрическом волноводе невозможно. В случае отсутствия потерь задача сводится к решению трехмерного векторного волнового уравнения (уравнения Гельмгольца). В волноводе происходят осцилляции электромагнитного поля вдоль оси z ($e^{j\omega t}$), зависящие от времени, электрическое и магнитное поле можно выразить через поперечные $e(r,\varphi), h(r,\varphi)$ и продольные (e_z, h_z) компоненты.

$$E(r,\varphi,z) = (e(r,\varphi) + ze_z(r,\varphi))e^{-j\beta z}$$
$$H(r,\varphi,z) = (h(r,\varphi) + zh_z(r,\varphi))e^{-j\beta z} \quad (57)$$

Уравнения Максвелла записываются в следующем виде:

$$\nabla\times E = -j\omega\mu H$$
$$\nabla\times H = j\omega\varepsilon E \quad (58)$$

Учитывая зависимость $e^{-j\beta z}$ электрическая и магнитная компоненты будут сводиться к

$$\frac{\partial E_z}{\partial\varphi} + j\beta E_\varphi = -j\omega\mu H_r$$
$$-j\beta E_r - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -j\omega\mu H_\varphi \quad (59)$$

$$\frac{\partial E_\varphi}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} = -j\omega\mu H_z$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} + j\beta H_\varphi = -j\omega\varepsilon E_r$$

$$-j\beta H_r - \frac{\partial H_z}{\partial r} = -j\omega\varepsilon E_\varphi$$

$$\frac{\partial H_\varphi}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} = -j\omega\varepsilon E_z$$

Решая эти уравнения, можно получить четыре поперечных компоненты поля, где $k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число моды

$$\begin{aligned} H_r &= \frac{j}{k_c^2}\left(\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \beta\frac{\partial H_z}{\partial r}\right) \\ H_\varphi &= \frac{-j}{k_c^2}\left(\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial r} + \beta\frac{\partial H_z}{\partial \varphi}\right) \\ E_r &= \frac{-j}{k_c^2}\left(-\beta\frac{\partial E_z}{\partial r} + \omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial \varphi}\right) \\ E_\varphi &= \frac{j}{k_c^2}\left(-\beta\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} + \omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial r}\right) \end{aligned} \tag{60}$$

Моды ТЕ содержат только продольную составляющую электрического поля, без продольной составляющей магнитного поля ($E_z = 0;\ H_z \neq 0$), следовательно, получим

$$\begin{aligned} H_r &= \frac{j}{k_c^2}\left(-\beta\frac{\partial H_z}{\partial r}\right) \\ H_\varphi &= \frac{-j}{k_c^2}\left(\beta\frac{\partial H_z}{\partial \varphi}\right) \\ E_r &= \frac{-j}{k_c^2}\left(\omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial \varphi}\right) \\ E_\varphi &= \frac{j}{k_c^2}\left(\omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial r}\right) \end{aligned} \tag{61}$$

Учитывая зависимость $e^{-j\beta z}$, то есть $H_z(r,\varphi,z) = h_z(r,\varphi)e^{-j\beta z}$, функция будет удовлетворять уравнению Гельмгольца в цилиндрической системе координат

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + k_c^2\right) h_z(r,\varphi) = 0 \tag{62}$$

Представим функцию $h_z(r,\varphi)$ в виде $R(r)P(\varphi)$, воспользовавшись методом разделения переменных и помножив на r^2 получим

$$\frac{r^2}{R}\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{r}{R}\frac{dR}{dr} + r^2k_c^2 = -\frac{1}{P}\frac{d^2P}{d\varphi^2} \tag{63}$$

Левая часть уравнения зависит только от r, а правая часть, только от φ, следовательно, каждая часть уравнения должна быть равна константе, назовем ее k_φ^2, получим из правой части уравнения

$$\frac{1}{P}\frac{d^2P}{d\varphi^2} + k_\varphi^2 = 0 \tag{64}$$

Решением такого уравнения является $k_\varphi = n$, так как решение периодическое по z, k_φ должно быть целым числом

$$P(\varphi) = A\ sin\ sin\ n\varphi + B\ cos\ cos\ n\varphi \tag{65}$$

Для левой части (помножим на R)

$$r^2\frac{d^2R}{dr^2} + r\frac{dR}{dr} + (r^2k_c^2 - k_\varphi^2)R = 0 \tag{66}$$

Для этого уравнения решение записывается в виде

$$R(r) = CJ_n(k_cr) + DY_n(k_cr) \tag{67}$$

Где $J_n(x)$ – функции Бесселя первого рода и $Y_n(x)$ – функции Бесселя второго рода (или функции Неймана). Однако при $r \to 0$ функция Неймана $Y_n(k_c r)$ стремится к бесконечности, поэтому считаем что $D = 0$, так как E и H должны быть ограничены, получаем

$$h_z(r,\varphi) = (A\ sin\ sin\ n\varphi + B\ cos\ cos\ n\varphi\ )\ J_n(k_c r) \tag{68}$$

Подставляя это решения в уравнения для поперечных компонент поля, получим

$$\begin{aligned} H_r &= \frac{-j\beta}{k_c^2}(A\ sin\ sin\ n\varphi + B\ cos\ cos\ n\varphi\ )\ J`_n(k_c r)e^{-j\beta z} \\ H_\varphi &= \frac{-j\beta n}{k_c^2 r}(A\ cos\ cos\ n\varphi - B\ sin\ sin\ n\varphi\ )\ J_n(k_c r)e^{-j\beta z} \\ E_r &= \frac{-j\omega\mu n}{k_c^2 r}(A\ cos\ cos\ n\varphi - B\ sin\ sin\ n\varphi\ )\ J_n(k_c r)e^{-j\beta z} \\ E_\varphi &= \frac{j\omega\mu}{k_c^2}(A\ sin\ sin\ n\varphi + B\ cos\ cos\ n\varphi\ )\ J`_n(k_c r)e^{-j\beta z}) \end{aligned} \tag{69}$$

Константа распространения волны TE_{nm} выражается

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{p`_{nm}}{a}\right)^2} \tag{70}$$

Корни функции Бесселя $J`_{nm}$ определены как $p`_{nm}$, то есть $J`_n(p`_{nm}) = 0$, где $p`_{nm}$это n-й корень функции $J`_n$

Таблица 4. Значения корней производной функции Бесселя.

n	$p`_{n1}$	$p`_{n2}$	$p`_{n3}$
0	3,832	7,016	10,174
1	1,841	5,331	8,536
2	3,054	6,705	9,965
3	4,200	8,017	11,403

Индекс n определяется количество волн, укладывающихся по окружности, индекс m – количество полуволн укладывающихся по диаметру волновода, индекс l – количество полуволн укладывающихся по длине волновода. При стоячих волнах индексы n, m, l могут быть только целыми числами или один из них нулем. Частота моды выражается по формуле

$$f_{nml} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\left(\frac{p`_{nm}}{a}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2} \tag{71}$$

моды ТМ содержат только продольную составляющую магнитного поля, без продольной электрической составляющей ($E_z \neq 0;\ H_z = 0$), следовательно, получим

$$\begin{aligned} H_r &= \frac{j}{k_c^2}(\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial\varphi}) \\ H_\varphi &= \frac{-j}{k_c^2}(\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial r}) \\ E_r &= \frac{-j}{k_c^2}(-\beta\frac{\partial E_z}{\partial r}) \\ E_\varphi &= \frac{j}{k_c^2}(-\beta\frac{\partial E_z}{\partial\varphi}) \end{aligned} \tag{72}$$

Учитывая зависимость $e^{-j\beta z}$, то есть $E_z(r,\varphi,z) = e_z(r,\varphi)e^{-j\beta z}$, функция будет удовлетворять уравнению Гельмгольца в цилиндрической системе координат

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} + k_c^2\right)e_z(r,\varphi) = 0 \tag{73}$$

Это уравнение идентично представленному выше, можно сразу записать решение в виде

$$e_z(r,\varphi) = (A\ sin\ sin\ n\varphi + B\ cos\ cos\ n\varphi\ )\ J_n(k_c r) \tag{74}$$

Подставляя это решения в уравнения для поперечных компонент поля, получим

$$H_r = \frac{j\omega\varepsilon n}{k_c^2}(A\ cos\ cos\ n\varphi - B\ sin\ sin\ n\varphi\ )\ J_n(k_c r)e^{-j\beta z} \tag{75}$$

$$H_\varphi = \frac{-j\omega\varepsilon}{k_c^2 r}(A\ sin\ sin\ n\varphi + B\ cos\ cos\ n\varphi\ )\ J`_n(k_c r)e^{-j\beta z}$$

$$E_r = \frac{-j\beta}{k_c^2}(A\ sin\ sin\ n\varphi + B\ cos\ cos\ n\varphi\ )\ J`_n(k_c r)e^{-j\beta z}$$

$$E_\varphi = \frac{-j\beta n}{k_c^2 r}(A\ cos\ cos\ n\varphi - B\ sin\ sin\ n\varphi\ )\ J_n(k_c r)e^{-j\beta z}$$

Константа распространения волны TM_{nm} выражается

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{p_{nm}}{a}\right)^2} \tag{76}$$

Корни функции Бесселя J_{nm} определены как p_{nm}, то есть $J_n(p_{nm}) = 0$, где p_{nm}это n-й корень функции J_n

Таблица 5. Значения корней функции Бесселя.

n	p_{n1}	p_{n2}	p_{n3}
0	2,405	5,520	8,654
1	3,832	7,016	10,173
2	5,136	8,417	11,620
3	6,380	9,761	13,015

Таким образом, частота моды выражается по формуле

$$f_{nml} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\left(\frac{p_{nm}}{a}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2} \tag{77}$$

Используемый волновод имеет радиус $a\ =\ 28.25$ мм ($d = 56.5$ мм) и длину $l\ =\ 160$ мм.

Таблица 6. Частоты среза низших мод волновода

f^E	E_{010} = 4.062	E_{011} = 4.169	E_{012} = 4.473	E_{014} = 4.940	E_{015} = 6.200
f^H	H_{111} = 3.247	H_{112} = 3.630	H_{113} = 4.191	H_{114} = 4.869	H_{211} = 5.243

Основная мода, распространяющаяся в волноводе – $TM01$ имеет частоту среза

$$f_{cut} = \frac{\pi d}{S_{nm}} = 4.062\ GHz \tag{78}$$

где d – диаметр волновода и S_{nm}- n-й корень функции Бесселя $J_m(x)$ первого рода $m-$ го порядка.

3.5. Компьютерное моделирование системы методом конечных элементов

Вдоль направления распространения зондирующего сигнала есть ограничение в области частот, расположенных ниже некоторой частоты, называемой частотой отсечки f_{cut}, которая соответствует критической длине волны $\lambda_{\text{КР}}$. [119]. Излучение источника, помещенного в волновод, хорошо подавляется в этом диапазоне. Это подавление для непрозрачного режима аналогично влиянию запрещенной зоны [33] на интенсивность излучения атома, находящегося в запрещенной зоне или вблизи нее. Низшим типом электромагнитных колебаний, которые имеют место в волноводе, являются моды типа ТЕ. Амплитудно-частотная характеристика волноводной системы представляет собой полосно-пропускающую характеристику выше f_{cut}. На частотах ниже частоты отсечки наблюдается затухание СВЧ сигналов тем более существенное, чем более частота этих сигналов ниже критической частоты. Это совершенно правильное и естественное поведение волновода. Частота отсечки волновода составляет 4.2 ГГц. Резонансная частота мета-атома расположена ниже частоты отсечки на 12 МГц. Такое расположение обеспечит незначительное подавление сигнала (-2 дБ), однако позволит однозначно идентифицировать резонанс в дальнейших экспериментах.

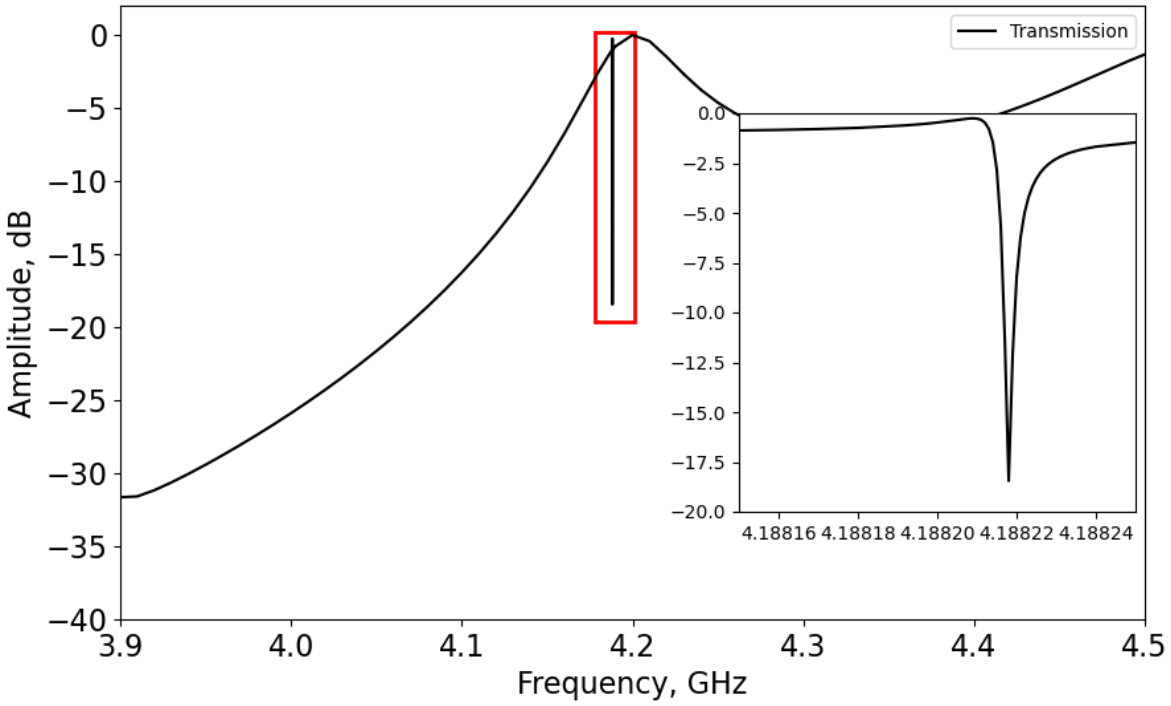
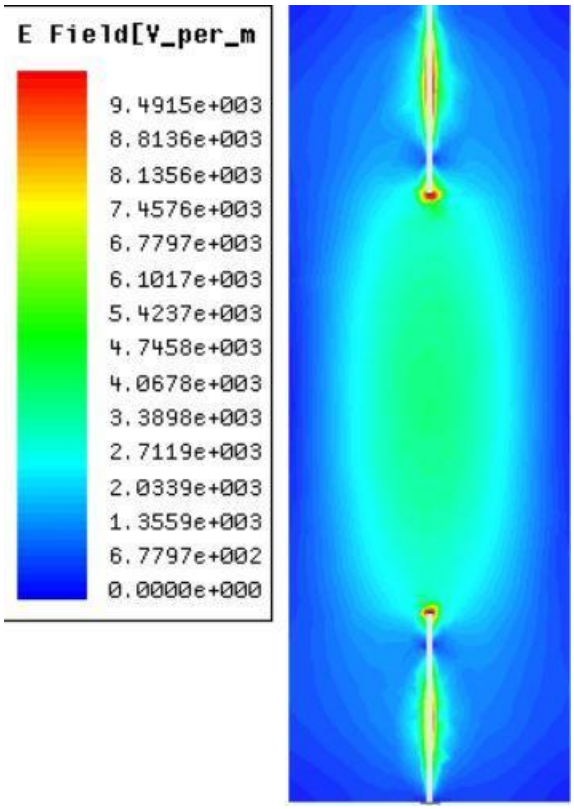


Рисунок 3.10 – Амплитудно-частотная характеристика волновода круглого сечения.

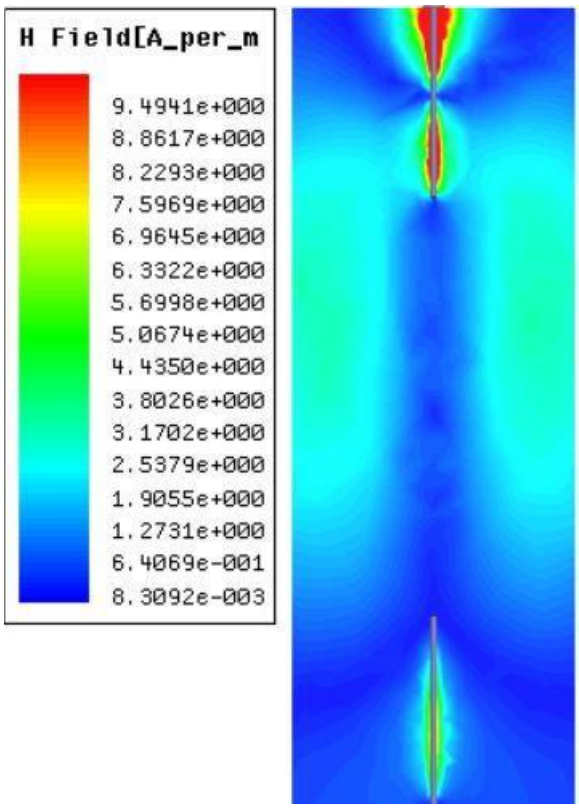
Симуляция круглого волновода в HFSS на этапе конструирования позволила оптимизировать длину адаптеров для достижения плавной АЧХ, а так же подтвердить наличие волны $TM01$ в области 4 ГГц, поле которой, вдали от концов CWG, совпадает с канонической формой TM01. В случае идеального цилиндрического резонатора ICR частота моды TM010 совпадает с частотой среза для TM01-волны в бесконечном волноводе с тем же диаметром ≈ 4.062 ГГц, частота TM010 выше примерно на 100 МГц. Соответственно, на данной длине помещается примерно одна длина полуволны проходящей TM01-волны. Такая конструкция работает как волновод, но при этом обладает низким подавлением сигнала ниже частоты среза, т.к. длина волновода не так велика по сравнению с длиной продольной полуволны. Такой подбор параметров с одной стороны позволяет уверенно изучать резонансы ниже частоты среза (в том числе - в случае накачки вторым тоном), с другой стороны радиационные потери этих резонансов по TM01-каналу подавлены (выше добротность).

Мода TM01 характеризуется отсутствием продольной составляющей электрического поля $(E_z \neq 0)$, в то время как продольная составляющая магнитного поля нулевая $(H_z = 0)$. Использование этой моды обеспечивает слабую связь мета-атома с линией. Такая система обладает низким подавлением сигнала ниже частоты среза, так как длина волновода не велика по сравнению с длиной продольной полуволны.

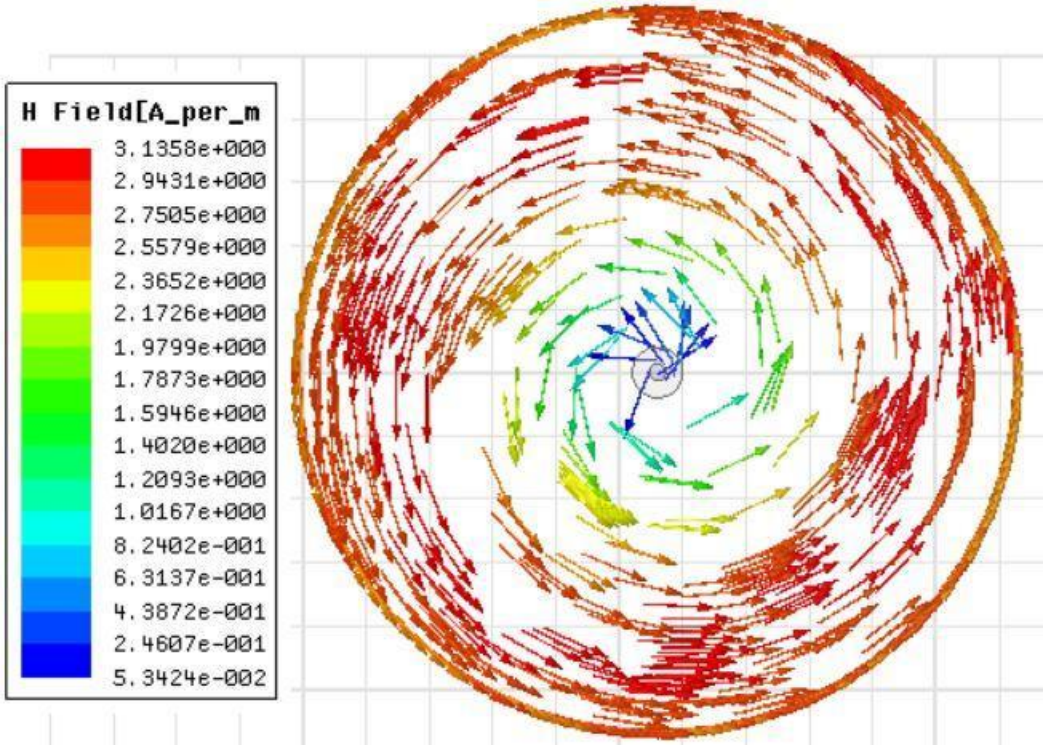
а)



б)



в)



Распределение амплитуд электрического поля (а) и магнитного поля (б), а так же вектор магнитного поля (в)

Рисунок 3.11 – Распределение электрического **E** и магнитного **H** поля в волноводе, мода TM01

Наличие аксиальных адаптеров приводит к тому, что реальная частота среза волновода не 4.062 ГГц, а даже 4.2 ГГц – выше на 138 МГц, то есть выше, чем у бесконечно длинного волновода с тем же диаметром. Такое поведение можно легко объяснить как результат уменьшения эффективного диаметра волновода. Дело в наличии отверстий в стенках волновода (соосных с волноводом, их диаметр 3мм) на его концах - под центральные проводники адаптеров, которые изготовлены из меди и являются продолжениями центральных проводников коаксиального кабеля, которые включают волновод в измерительную цепь. Диаметры проводников совпадают (1.3 мм). Эффективное уменьшение диаметра составляет $\approx$ 1.9 мм.

Сложная форма резонатора объясняется необходимостью получения тороидного дипольного момента. Одна из мод такой структуры позволяет получить два замкнутых контура с токами, протекающими через центральные элементы и внешней окружности. Важно отметить, что «тороидальная» мода не единственная для такой сложной геометрии, существуют моды, соответствующие полуволновому резонансу на полуокружности πR, окружности $2\pi R$ или когда волна укладывается на диаметре $2R$. Также существуют соответствующие гармоники более высоких порядков. Однако, они не оказывают влияния на рассматриваемые в работе эффекты, так как отстоят на несколько сотен МГц от интересующих резонансов.

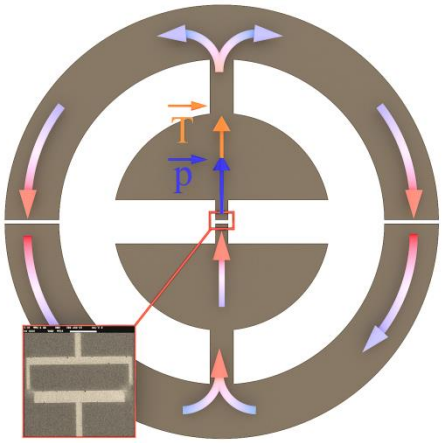


Рисунок 3.12 – Карта распределения токов в мета-атоме

Рассматриваемая мода является одной из собственных мод резонатора такой формы. Имеет смысл оценить вклад мультиполей в мощность рассеяния. Требуемая локализация поля может быть достигнута при анапольном режиме. Сторонние мультиполи мы стремимся подавить в дизайне, однако, паразитные квадрупольные моменты не получится убрать полностью, так как на чипе есть планарные конденсаторы сложной формы.

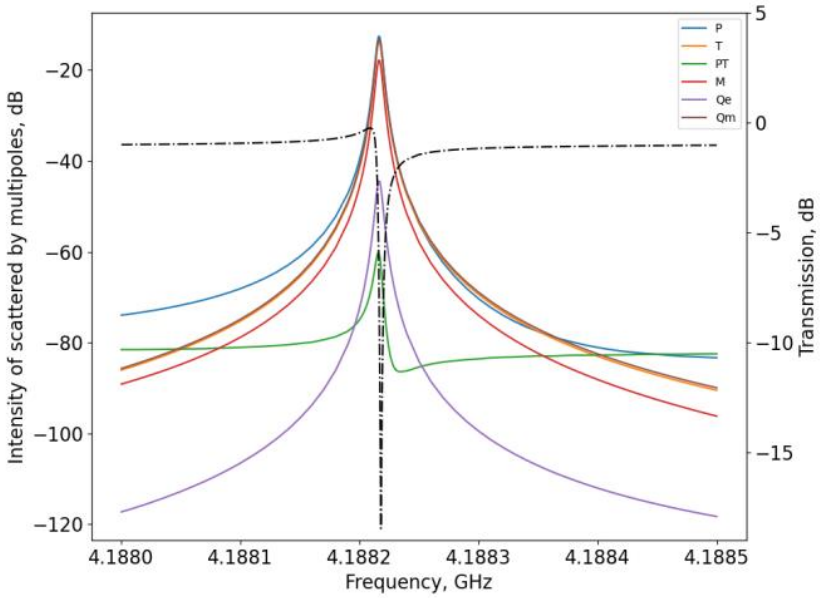


Рисунок 3.13 – Мультипольное разложение токов в мета-атоме на гармоники. Разложение включает в себя мощность, рассеянную электрическим, магнитным и тороидным диполями, а так же электрическим и магнитным квадруполями.

Оптимизация ширины зазора g заключается в подборе амплитуд дипольных моментов. Наилучшее согласование приводит к высокой резонансной добротности($Q = 10^6$), вследствие анапольного режима. Оценка добротностей резонансов проводилась в соответствии с формулой для добротности резонанса Фано типа:

$$Q_{Fano} = \frac{f_{min} + f_{max}}{2(f_{min} - f_{max})} \tag{79}$$

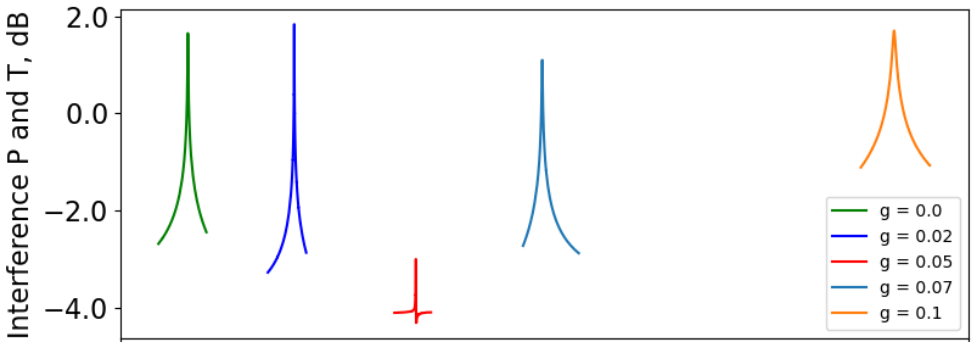
Таблица 7. Зависимость добротности резонанса в зависимости от ширины зазора g.

Ширина зазора g, мм	Добротность резонанса Q
0.0	489614.4
0.02	933958.9
0.05	1410714.1
0.07	95335.3
0.1	12155.8

Наибольшей добротностью обладает резонанс с зазором g = 0,05 мм, что характеризуется режимом, при котором амплитуды электрического и тороидного диполя равны, $P = ikT$.

Проведенное разложение электрического поля по гармоникам подтвердила наличие анапольной моды. Паразитный вклад вносят в большей степени квадруполи электрического и магнитного семейства. Оценка интерференции дипольных моментов проводится в рамках мультипольного разложения.

а)



б)

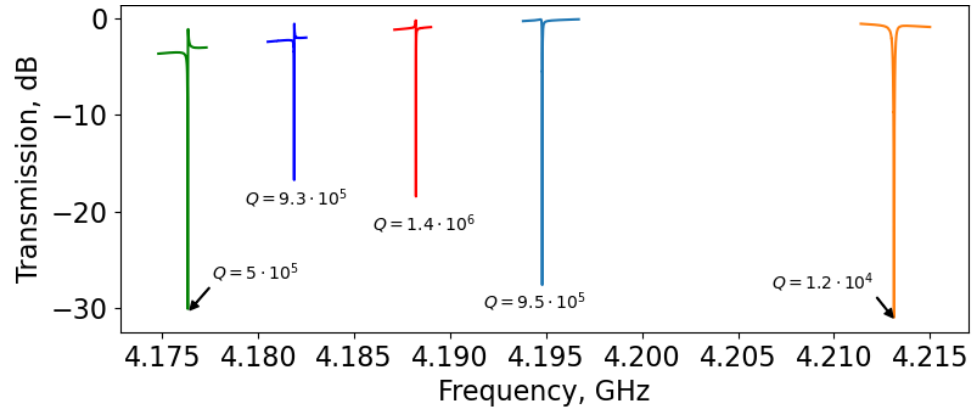
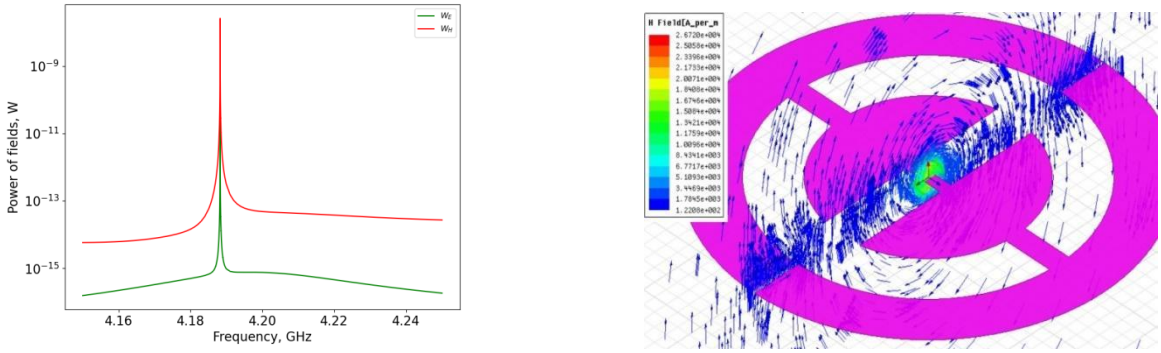


Рисунок 3.14 – Результат электродинамической симуляции, оптимизация параметра g. Зависимость добротности резонанса (а) и интерференционного члена мультипольного разложения PT (б) от параметра g.

Энергия магнитного поля в субволновой области центрального контакта мета-атома значительно превалирует над энергией электрического поля. Анапольный режим достигается в высокодобротном резонансе. Это подтверждается расчетами распределения локальных полей и плотности индуцированных в метамолекуле токов смещения. Поле на резонансной частоте соответствует замкнутому вихрю, циркулирующему вокруг центральной оси метамолекулы. При этом магнитное поле локализовано в центральной перемычки в области около $\lambda/250$ и связано с полем H_0 набегающей плоской волны соотношением $H/H_0 = 1.5 \times 10^4$. Заметим, что такая конфигурация полей близка к топологии точечного анаполя, пропорционального δ −функции.

а) б)



(а) Энергия электрического (зеленая линия на графике) и магнитного (красная линия) поля; (б) распределение магнитного поля в области центральной перемычки мета-атома.

Рисунок 3.15 – Результат симуляции мета-атома в волноводе.

3.6. Экспериментальная установка, криостат растворения.

Использование низких температур необходимо для уменьшения влияния тепловых флуктуаций на мета-атом. Единственная система способная получить стабильную температуру ниже 20 мК являются криостаты растворения. Они используют теплоту смешивания изотопов $3He$ и $4He$ для получения охлаждения. Первым этапом охлаждения криостата является получения температуры кипения жидкого гелия (4К). При давлении насыщенного пара $4He$ претерпевает фазовый переход при 2.2 К из нормальной жидкости в сверхтекучую, в результате свойства двух изотопов отличаются ниже температуры этого перехода (рисунок 3.16). Растворение $3He$ в $4He$ приводит к снижению температуры этого перехода, как показано на фазовой диаграмме $3He - 4He$.

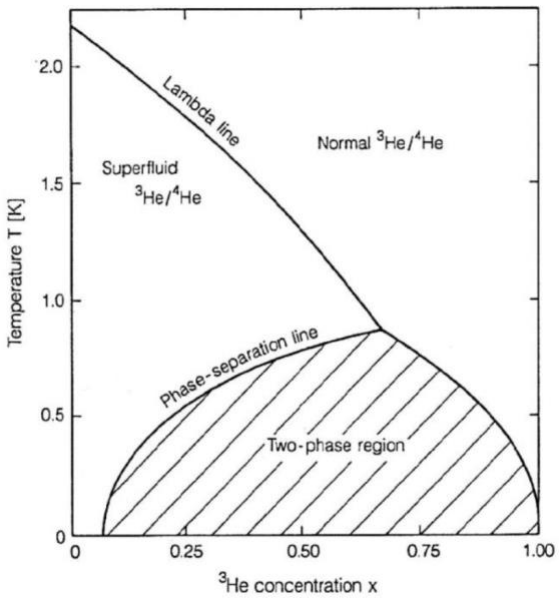


Рисунок 3.16 – фазовая диаграмма $3He - 4He$.

При приближении к $0{,}8$ К смесь изотопов делится на две фазы: богатую (концентрированную) $3He$ и бедную (разбавленную) $3He$. При приближении к абсолютному нулю богатая фаза $3He$ становится чистым $3He$, в то время как в разбавленной $4He$ богатой фазе останется 6% $3He$. Энтальпия $3He$ в разбавленной фазе больше чем в концентрированной, необходима энергия чтобы переместить атомы $3He$ из концентрированной фазы в разбавленную.

Измерительная установка мета-атома содержит как низкотемпературную часть в криостате растворения, так и электронные приборы для управления при комнатной температуре. Для создания волноводной установки с возможностью монтажа большого числа кубитов был использован круглый волновод ($d = 56.5$ мм) и его мода $TM01$. Это не основная мода круглого волновода, однако, в силу её симметричности, её легко селективно возбуждать. Большим преимуществом такой геометрии является большой размер волновода и высокая однородность константы связи: при креплении мета-атомов к стенке волновода константа связи слабо зависит от небольших отклонений геометрии крепления. Волновод с чипом располагается на уровне температур 20 мК. Каждая ступень криостата для снижения теплового шума оснащена аттенюаторы с различным номиналом (от 10 до 30 дБ ослабления), которые соединены коаксиальной линией. Исходный сигнал до первого усилителя имеет минимальную мощность для уменьшения потерь. Низкотемпературный усилитель расположен при температуре 4К. Усилители на схеме отмечены коричневыми треугольниками. На чипе размещен двухконтактный ассиметричный СКВИД для возможности подстройки частоты мета-атома и однозначной его идентификации. Управление частотой мета-атома производится за счет внешнего магнитного поля, созданного катушкой индуктивности и подключенной к источнику тока.

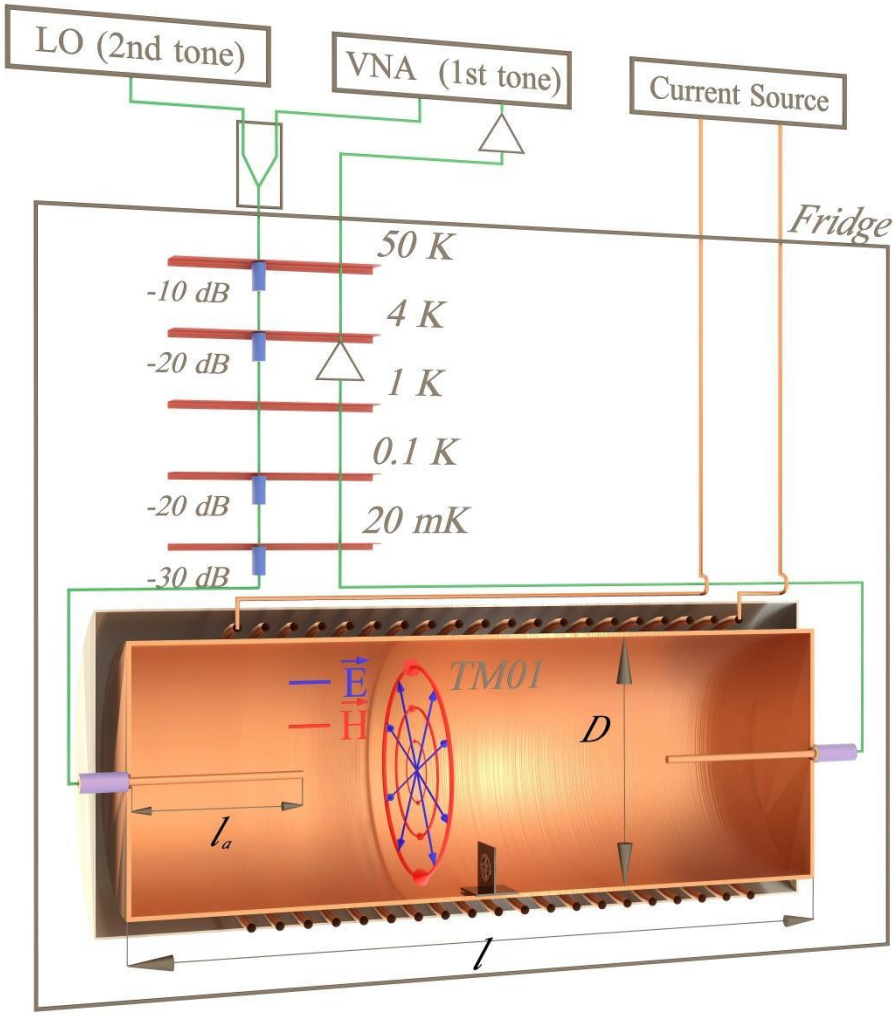


Рисунок 3.17 – Схема проведения эксперимента.

Экспериментальное исследование реализовывалось с использованием однотоновой и двухтоновой спектроскопии. В случае однотоновой спектроскопии производится дисперсионное считывание S12 в заданной частотной области с помощью векторного анализатора цепей. После каждого прохода по частотной области значение тока в катушке индуктивности изменяется с шагом 0.028 мА. Существенное техническое отличие двухтоновой спектроскопии заключается в том, что на вход мы посылаем два сигнала и производим непрерывное измерение спектра. Первым тоном по-прежнему работает векторный анализатор, производя дисперсионное считывание S12. Второй тон – генератор синусоидального сигнала, накачивающий кубит на интересующей частоте в сканирующем режиме. Так как сигналы на разных частотах практически не интерферируют, то по одному каналу можно подать оба сигнала, объединив их через splitter (черный прямоугольник на схеме). При изменении тока в соленоиде частота резонанса изменяется по синусоидальному закону, следовательно, чтобы

«удержаться» на peak резонанса частота первого тона автоматически подстраивается согласно предварительно выполненной калибровке по однотоновой спектроскопии.

3.7. Потоковая дисперсия. Однотоновая спектроскопия при разной мощности.

Результат однотоновой спектроскопии представляет собой зависимость частоты мета-атома от внешнего магнитного потока (потоковую дисперсию). Когда в кольце СКВИДа полуцелое число квантов потока, то критический ток СКВИДа минимальный, что соответствует максимальной индуктивности и частота здесь минимальна. Перестройку частоты от внешнего магнитного потока, пронизывающего волновод вдоль его продольной оси, позволяет контролировать критический ток СКВИДа. Это дает возможность найти частоту мета-атома при различных значениях потока, в частности, найти оптимальные точки для накачки мета-атома для двухтоновой спектроскопии.

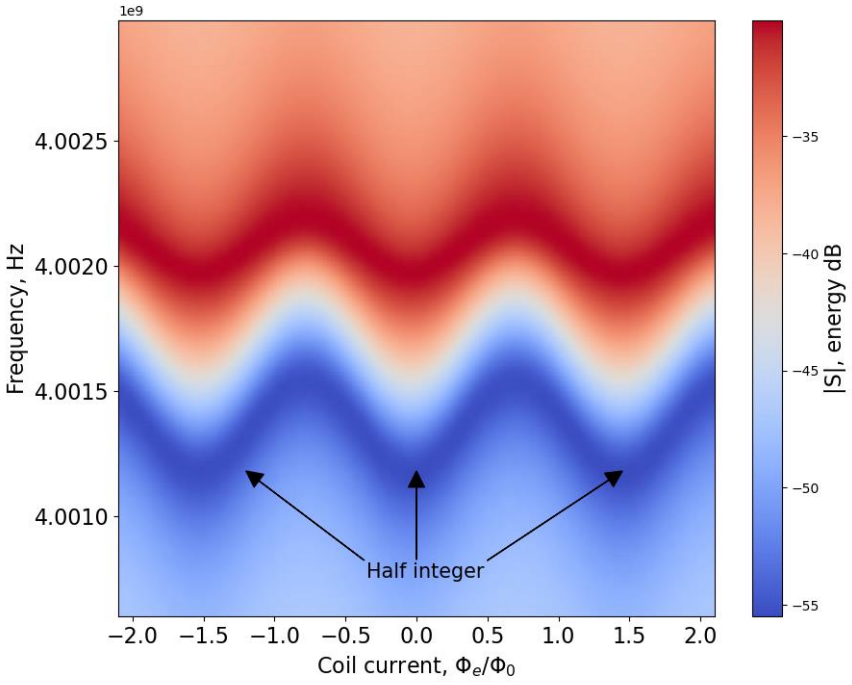


Рисунок 3.18 – Однотоновая спектроскопия, потоковая дисперсия.

Такой тип кривой описывается как резонанс Фано [120]. Такое явление наблюдается в широком спектре физических экспериментов, например в областях исследования сверхпроводников [121], полупроводников [122], фотонных кристаллов [123] и метаматериалов [124]. Такая форма резонанса проявляется, если в системе есть два различных канала рассеяния. Один возникает из-за рассеяния в континууме (фон), это область на спектре, где амплитуда и

фаза изменяются незначительно. Второй канал возникает из-за возбуждения дискретного состояния (резонанс), и отвечает за образование узкой полосы на частотном спектре, ширина которой определяет область, где фаза меняется на π. Эта интерференция приводит к тому, что симметричный Лоренц трансформируется в несимметричную кривую. В общем виде формула Фано выглядит следующим образом:

$$I(\omega) = \frac{1}{q^2+1}\frac{\left(q+\frac{\omega-\omega_0}{\Gamma}\right)^2}{1+\left(\frac{\omega-\omega_0}{\Gamma}\right)^2}e^{-2\pi i f\tau} \tag{80}$$

Где q – параметр Фано, ω_0 – положение резонанса, Γ – ширина резонанса, в формуле учитывается набег фазы, связанный с длинной измерительной линии $-2\pi i f\tau$, который возникает из-за задержки распространения сигнала [125]. Это выражение позволяет провести анализ резонансной кривой, которая может принимать четыре формы в зависимости от знака и модуля параметра q. Две формы ($q \to \pm\infty$) соответствуют симметричной форме Лоренца (обращенная вверх линия). При $q = 0$ линия обращена вниз. Промежуточные значения $-\infty < q < 0$ и $0 < q < +\infty$ соответствуют узкой, ассиметричной линии.

Имея математическое описание такой линии, можно согласовать экспериментальную кривую и получить степень соответствия, более того, это позволит получить нам некоторые оценки связи исследуемого кубита с линией. Спектр пропускания S21 представлен в виде тепловой карты (рисунок 3.19), где горизонтальная ось – ток в соленоиде, опоясывающем волновод. Этот ток соответствует числу квантов магнитного потока в СКВИДе, где полуцелое число – минимальная частота резонанса (вертикальная ось). Цветовой шкалой обозначен коэффициент прохождения S12 в дБ. Для фитирования воспользуемся срезом при токе -0.25мА. Удалив «фон» и отнормировав спектр получаем красную кривую на рисунке 3.19. Отфитованный резонанс (синяя кривая) близок к Лоренциану $q = 4.6$ и хорошо согласуется с экспериментальной кривой.

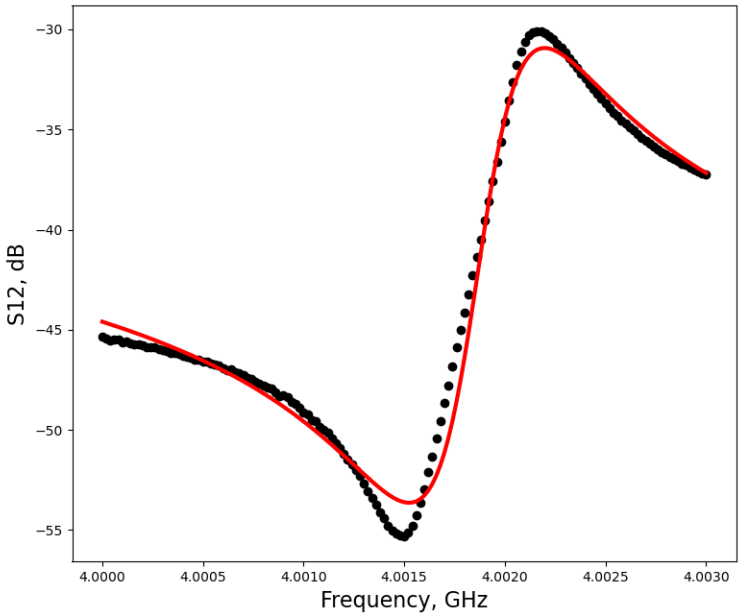


Рисунок 3.19 – Фитирование экспериментальных данных по формуле Фано.

Фитирование данных позволяет оценить величину, равная характерной связи мета-атома с непрерывным спектром, равную 320 кГц, сдвиг резонанса, который зависит от свойств области спектра, в которой находится возбужденный уровень кубита $F = 4{,}0012$ ГГц, а также резонансную добротность $Q < 10^4$.

Из симуляции следует, что при некоторой мощности пробирующего сигнала ток через СКВИД может превышать критический. В реальном эксперименте определение точного значения критической мощности можно выяснить. При ее превышении через СКВИД течет помимо сверхпроводящего тока и нормальный ток тоже, что эквивалентно падению индуктивности СКВИДа. При больших мощностях СКВИД можно считать резистором. Оба этих эффекта при плавном увеличении мощности будут менять картину однотонового спектра в сторону выпрямления – потоковая дисперсия пропадет. При этом первым потоковую дисперсию потеряет peak (красная линия на тепловой карте), т.к. peak характеризуется более сильным током через СКВИД, чем у dip при равной мощности.

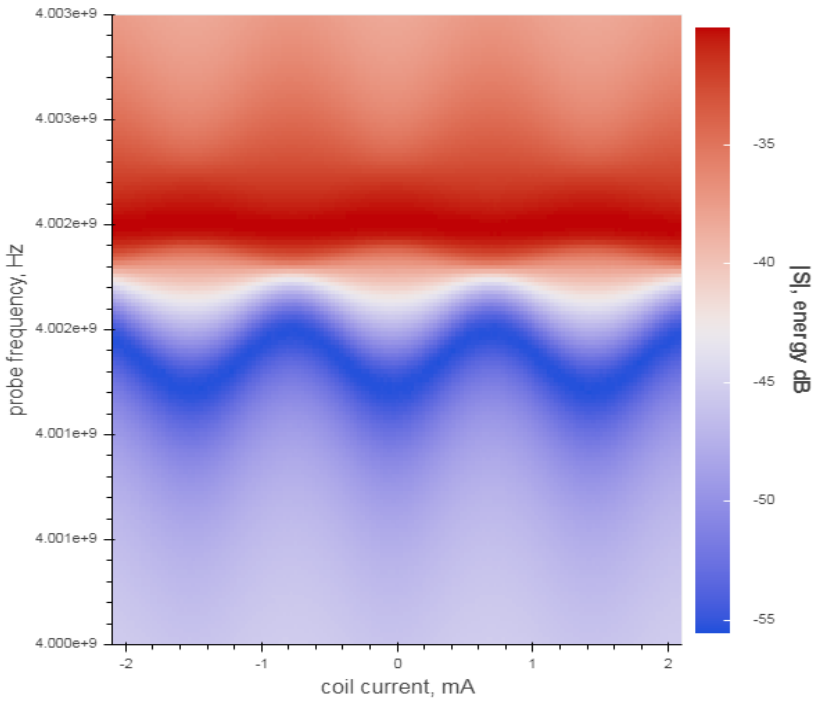


Рисунок 3.20 – Спектроскопия при высокой мощности, превышение тока через СКВИД в точке “peak”.

3.8. Двухтоновая спектроскопия.

Проведение двухтоновой спектроскопии является логическим продолжением предыдущего эксперимента с включением в линию генератора синусоидального сигнала (LO) для накачки частоты мета-атома. Частота резонанса имеет дисперсию по потоку. При изменении тока в соленоиде, LO учитывает изменение положение резонанса и подстраивается по предварительно выполненной калибровке.

Резонанс обладает потоковой дисперсией и является собственной в линейном приближении, то их связь, будучи нулевой в линейном приближении, обусловлена общим нелинейным элементом (СКВИД). Когда число квантов потока в СКВИДе целое или полуцелое $\left(\partial f/\partial \Phi_{ext} = 0\right)$, в окрестности соответствующих значений тока через соленоид СКВИД обладает максимально стабильной индуктивностью, в том числе стабильными параметрами нелинейности.

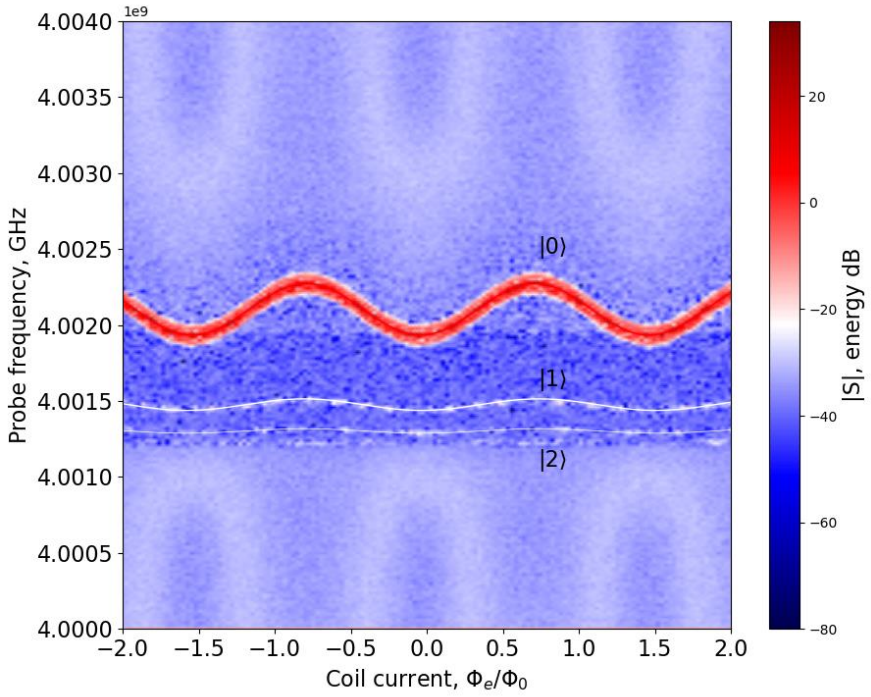


Рисунок 3.21 – Двухтоновая спектроскопия, расщепление уровней энергии.

Результат двухтоновой спектроскопии представлен в виде тепловой карты коэффициентов прохождения в области частоты 4.001 ГГц. Красная кривая отображает основное состояние осциллятора, на которую настроен подстраиваемый второй тон. На спектре можно увидеть два дополнительных пика, соответствующих состояниям $|1\rangle$ и $|2\rangle$. Ангармонизм на спектре составляет $\hbar\delta = (E_1 - E_0) - (E_2 - E_1) = 0{,}2$ МГц, что соответствует значению, полученному при расчете электродинамической модели (0,3 МГц).

3.9. Выводы по третьей главе

Таким образом, в работе исследован мета-атома значительных размеров, проведена серия экспериментальных исследований, подтверждающих работоспособность системы. преимущество исследованной системы заключается в устойчивом состоянии к локальным температурным перегревам, за счет значительных геометрических размеров. В качестве считывающего резонанса использована волна TM01 в волноводе круглого сечения. Волна TM01 – мода в области частоты среза волновода. Дизайн мета-атома был рассчитан и изготовлен таким, чтобы его плазменная частота была немного ниже частоты отсечки для данного волновода, что позволило подавить его излучение в значительной степени.

Квантовые свойства объекта разрешены в спектре вследствие использования анапольной конфигурации токов. Возбуждение тороидного момента обуславливает сильную локализацию, и замкнутость электромагнитных полей в субволновом объеме. Это приложение используется в работе в двух направлениях. Во-первых, высокая резонансная добротность послужит далее для увеличения времени когерентности при проведении импульсных измерений. Во-вторых, высокое значение магнитного поля вокруг центральной перемычки приводит к увеличению поправки W_{jj}, что позволяет получить экспериментально разрешаемые значения ангармонизма. Предложенная система изолирована от внешних шумов что приводит к возможности использования ее в качестве устойчивых двухуровневых систем. Если рассматривать такую конфигурацию мета-атома в рамках элементов квантовых компьютерах – кубитов, то высокая добротность структуры за счет возбуждения тороидного момента может послужить увеличению времени когерентности при проведении импульсных измерений. Проанализируем спектр по формуле:

$$S_{21}(f) = e^{-2\pi i f \tau}\left(1 - \frac{(Q_l/|Q_c|)}{1 + 2iQ_l(f/f_r - 1)}\right) \tag{81}$$

Здесь учтена длина линии, которая учитывается в набеге фазы $e^{-2\pi i f \tau}$, связанным с задержкой распространения сигнала $\tau = 4.36E - 01$. Частота кубита $f_q = 4.0021\ GHz$.

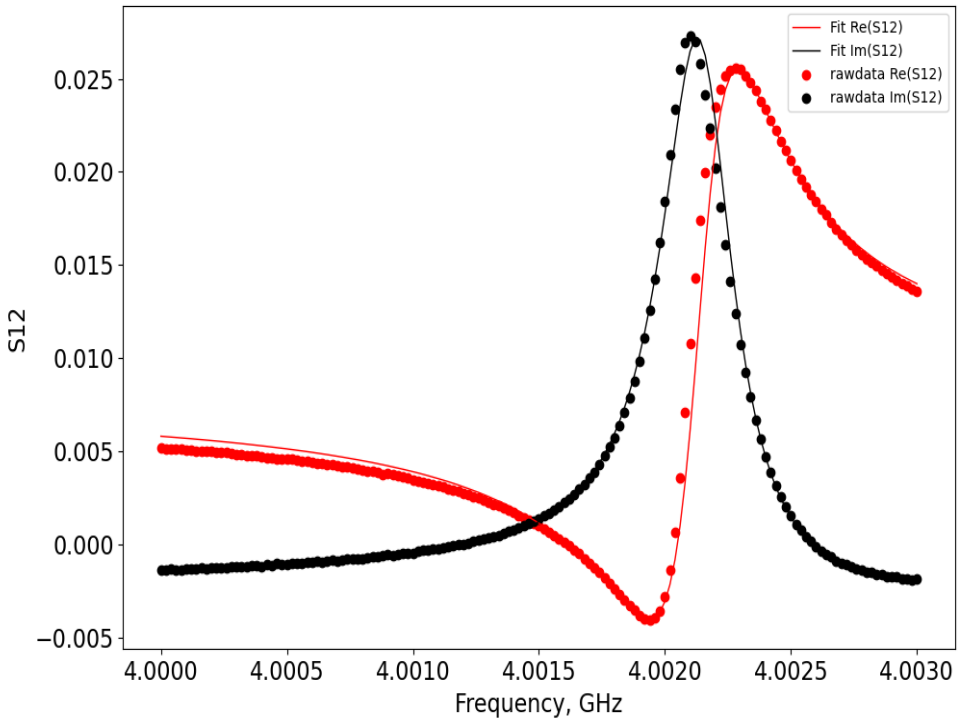


Рисунок 3.22 – Фитирование данных.

Характерная связь с линией описывается добротностью связи $Q_c = 1853$, а полная или нагруженная добротность мета-атома $Q_l = 11480$. Эти параметры позволят выразить отдельно внутреннюю добротность $Q_i = 1600$, которая описывает потери в мета-атоме через формулу:

$$Q_i^{-1} = Q_l^{-1} - Re(Q_c^{-1}) \tag{82}$$

Отсюда можно обсудить некоторые параметры, актуальные для использования такой системы как кубита, например излучательную релаксацию выразим через добротность связи мета-атома $\Gamma_1^r/2\pi = f_q/Q_c = 2.15$ МГц. Безызлучательная релаксация, в которую можно включить потери в соседние моды, потери в кубите, или дефазировку состояния описывается с помощью внутренней добротности $(\Gamma_1^{nr} + 2\Gamma_\phi)/2\pi = f_q/Q_i = 2.5$ МГц.

Заключение

1. Разработана модель диэлектрического метаматериала обладающего анапольным откликом в микроволновом диапазоне частот на базе интерференции электрического и тороидального дипольного момента.

2. Впервые теоретически и экспериментально продемонстрированы распределения электрического и магнитного поля анапольного состояния в ближней и дальней зоне в диэлектрическом метаматериале.

3. Разработана модель сверхпроводящего квантового мета-атома в круглом волноводе обладающего анапольным состоянием.

4. Теоретически и экспериментально продемонстрированы квантовые свойства анапольного сверхпроводящего мета-атома с площадью сверхпроводящей поверхности $0{,}4\text{см}^2$, разрешены первые два состояния структуры на спектре, полученный ангармонизм системы $0{,}2$ МГц.

Список использованных источников

1. J. D. Jackson, Classical Electrodynamics Wiley, New York, 1962
2. Basharin, A. A. et al. Dielectric Metamaterials with Toroidal Dipolar Response. Phys. Rev. X 5, 011036 (2015)
3. V. A. Fedotov et al. Resonant transparency and non-trivial non-radiating excitations in toroidal metamaterials // Scientific reports. – 2013. – Т. 3. – С. 2967.
4. Fan Y. Low-loss and high- Q planar metamaterial with toroidal moment, Phys. Rev. B., Vol. 87, no. 115417, Pp. 1, (2013).
5. A. E. Miroshnichenko et al., “Nonradiating anapole modes in dielectric nanoparticles,” Nat. Commun., vol. 6, Aug. 2015, doi: 10.1038/ncomms9069.
6. N. Papasimakis, V. A. Fedotov, V. Savinov, T. A. Raybould, N. I. Zheludev, Electromagnetic toroidal excitations in matter and free space. Nat Mater.15(3), 263-71 (2016).
7. W.T.C. Yao-Wei Huang, Pin Chieh Wu, Vassili A. Fedotov, Nikolay I. Zheludev & Din Ping Tsai, Toroidal Lasing Spaser, Scientific Reports, 3 (2013) 1237.
8. Juan S. Totero Gongora, Andrey E. Miroshnichenko, Yuri S. Kivshar & Andrea Fratalocchi, Anapole nanolasers for mode-locking and ultrafast pulse generation, Nature Communications volume 8, Article number: 15535 (2017)
9. Z.-G. Dong, P. Ni, J. Zhu, X. Yin, X. Zhang, Toroidal dipole response in a multifold double-ring metamaterial, Opt. Express, 20 (2012) 13065-13070.
10. L.Y. Guo, M.H. Li, Q.W. Ye, B.X. Xiao, H.L. Yang, Electric toroidal dipole response in split-ring resonator metamaterials, Eur. Phys. J. B, 85 (2012) 1-5.
11. Y.-W. Huang, W.T. Chen, P.C. Wu, V. Fedotov, V. Savinov, Y.Z. Ho, Y.-F. Chau, N.I. Zheludev, D.P. Tsai, Design of plasmonic toroidal metamaterials at optical frequencies, Opt. Express, 20 (2012) 1760- 1768.
12. B. Ogut, N. Talebi, R. Vogelgesang, W. Sigle, P.A. van Aken, Toroidal Plasmonic Eigenmodes in Oligomer Nanocavities for the Visible, Nano Letters, 12 (2012) 5239-5244.
13. Z.G. Dong, J. Zhu, J. Rho, J.Q. Li, C.G. Lu, X.B. Yin, X. Zhang, Optical toroidal dipolar response by an asymmetric double-bar metamaterial, Appl. Phys. Lett., 101 (2012).
14. Z.G. Dong, J. Zhu, X.B. Yin, J.Q. Li, C.G. Lu, X. Zhang, All-optical Hall effect by the dynamic toroidal moment in a cavity-based metamaterial, Physical Review B, 87 (2013).
15. Boris Luk'yanchuk, Ramón Paniagua-Domínguez, Arseniy I. Kuznetsov, Andrey E. Miroshnichenko, and Yuri S. Kivshar,Phys. Rev. A 95, 063820 (2017)

16. Anar K. Ospanova, Alexey Basharin, Andrey E. Miroshnichenko, and Boris Luk'yanchuk, "Generalized hybrid anapole modes in all-dielectric ellipsoid particles [Invited]," Opt. Mater. Express 11, 23-34 (2021)
17. Radescu, E. E. & Vaman, G. Exact calculation of the angular momentum loss, recoil force, and radiation intensity for an arbitrary source in terms of electric, magnetic, and toroid multipoles. Phys. Rev. E 65, 046609, doi:10.1103/PhysRevE.65.046609 (2002),
18. Dubovik, V. M. & Tugushev, V. V. Toroid moments in electrodynamics and solid-state physics. Phys. Rep. 187, 145–202, doi:10.1016/0370-1573(90)90042-Z (1990)
19. (M. Kerker, D.-S. Wang, and C. L. Giles, Electromagnetic scattering by magnetic spheres, J. Opt. Soc. Am. 73, 765 (1983))
20. Fu, Y. H., Kuznetsov, A. I., Miroshnichenko, A. E., Yu, Y. F. & Luk'yanchuk, B. Directional visible light scattering by silicon nanoparticles. Nat. Commun. 4, 1527 (2013).
21. S. Person, M. Jain, Z. Lapin, J. J. Saenz, G. Wicks, and L. Novotny, Nano Lett. 13, 1806 (2013).
22. Staude, A. E. Miroshnichenko, M. Decker, N. T. Fofang, S. Liu, E. Gonzales, J. Dominguez, T. S. Luk, D. N. Neshev, I. Brener, and Y. Kivshar, ACS Nano 7, 7824 (2013).
23. M. Nieto-Vesperinas, R. Gomez-Medina, and J. J. Saenz, J. Opt. Soc. Am. A 28, 54 (2011).
24. T. Coenen, F. Bernal Arango, A. Femius Koenderink, and A. Polman, Nat. Commun. 5, 3250 (2014).
25. R. Alaee, R. Filter, D. Lehr, F. Lederer, and C. Rockstuhl, A generalized Kerker condition for highly directive nanoantennas, Optics Letters Vol. 40, Issue 11, pp. 2645-2648 (2015) .
26. P.D. Terekhov, K.V. Baryshnikova, A.S. Shalin, A. Karabchevsky, A.B. Evlyukhin, "Resonant forward scattering of light by high-refractive-index dielectric nanoparticles with toroidal dipole contribution", Optics Letters 42, 4, (2017)
27. Evlyukhin, A. B., Fischer, T., Reinhardt, C. & Chichkov, B. N. Optical theorem and multipole scattering of light by arbitrarily shaped nanoparticles. Phys. Rev. B 94, 205434, doi:10.1103/PhysRevB.94.205434 (2016).
28. I. Fernandez-Corbaton, S. Nanz, and C. Rockstuhl, Sci. Rep. 7, 1–8 (2017)
29. Egor A Gurvitz, Konstantin S Ladutenko, Pavel A Dergachev, Andrey B Evlyukhin, Andrey E Miroshnichenko, Alexander S Shalin, All-Dielectric Nanophotonics: The High-Order Toroidal Moments and Anapole States in All-Dielectric Photonics (Laser Photonics Rev. 13(5)/2019)
30. Alexandre M. Zagoskin, Arkadi Chipouline, Evgeni Il'ichev, J. Robert Johansson, Franco Nori, Toroidal qubits: naturally-decoupled quiet artificial atoms, Scientific Reports volume 5, Article number: 16934 (2015)

31. M. H. S. Amin, A. Yu. Smirnov, A. M. Zagoskin, T. Lindström, S. A. Charlebois, T. Claeson, and A. Ya. Tzalenchuk, Silent Phase Qubit Based on d-Wave Josephson Junctions Phys. Rev. B 71, 064516
32. A. Blais, R.-S. Huang, A. Wallraff, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation, Phys. Rev. A 69, 062320 (2004).]
33. Y. Liu and A. A. Houck, Quantum electrodynamics near a photonic bandgap, Nature Physics 13, 48 (2017).
34. Пафомов В.Е. // ЖЭТФ. 1956.
35. Сивухин Д.В. // Опт. и спектр. 1957.
36. Силин Р.А. // Вопросы радиоэлектроники. Радиотехника и электроника. 1960.
37. Веселаго В.Г. УФН, 92, 517 (1967)
38. Pendry J.B., Holden A.J., Stewart W.J., Youngs I. // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76.
39. Pendry J.B., Holden A.J., Robbins D.J., Stewart W.J. // J. Phys. Cond. Matter. 1998. Vol. 10.
40. Smith D.R. et al. Phys. Rev. Lett., 84, 4184 (2000).
41. J. B. Pendry, D. Schurig, D. R. Smith, Science 312, 1780 (2006).
42. A. N. Lagarkov, V. N. Kissel, Superresolution and enhancement in metamaterials. Proc. of the 2nd Intern. Conf. on Materials for Advanced Technologies,
43. A. N. Lagarkov, V. N. Kissel, Near-Perfect Imaging in a Focusing System Based on a Left-Handed-Material Plate. Phys. Rev. Lett. 92, 077401 (2004).
44. R. W. Wood, Phys. Rev. 15, 123 (1902).
45. U. Leonhardt, Science 312, 1777 (2006).
46. F. Romain, M. Francesco, A. Andrea, Phys. Rev. Applied 4, 037001, (2015)
47. T. Kaelberer, V.A. Fedotov, N. Papasimakis, D.P. Tsai, and N.I. Zheludev. Toroidal dipolar response in a metamaterial. Science, 330(6010):1510-1512, 2010
48. V. A. Fedotov et al. Resonant transparency and non-trivial non-radiating excitations in toroidal metamaterials // Scientific reports. – 2013. – Т. 3. – С. 2967.
49. Y. B. Zel'Dovich. Electromagnetic interaction with parity violation. Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics, 6:1184, 1958
50. А. А. Горбацевич, Тороидное упорядочение в кристаллах и наноструктурах, УФН 179 887–897 (2009)
51. Gorbatsevich A.A. Toroidal order in crystals, Ferroelectrics., Vol. 161, Pp. 321, (1994)
52. Dubovik, V.M. Toroid moments in electrodynamics and solid-state physics, Physics Reports., Vol. 187, no. 4., Pp. 145, (1990).

53. Shcherbakov, M.R. Enhanced Third-Harmonic Generation in Silicon Nanoparticles Driven by Magnetic Response, Nano Lett., Vol. 14, Pp. 6488 (2014).
54. Fan Y. Low-loss and high- Q planar metamaterial with toroidal moment, Phys. Rev. B., Vol. 87, no. 115417, Pp. 1, (2013).
55. Bohren, C. F. & Huffman, D. R. Absorption and Scattering of Light by Small Particles (John Wiley & Sons, 2008)
56. G. A. Schott, " LIX. The electromagnetic field of a moving uniformly and rigidly electrified sphere and its radiationless orbits ," London, Edinburgh, Dublin Philos. Mag. J. Sci., vol. 15, no. 100, pp. 752–761, 1933, doi:10.1080/14786443309462219
57. D. Bohm and M. Weinstein, "The self-oscillations of a charged particle," Phys. Rev., vol. 74, no. 12, pp. 1789–1798, 1948, doi: 10.1103/PhysRev.74.1789.]
58. G. H. Goedecke, "Classically radiationless motions and possible implications for quantum theory," Phys. Rev., vol. 135, no. 1B, 1964, doi: 10.1103/PhysRev.135.B281
59. A. J. Devaney and E. Wolf, "Radiating and Nonradiating Classical Current Distributions and the Fields They Generate," PhysRevD, vol. 8, no. 4, pp. 1044-1047,1973, doi: 10.1103/PhysRevD.8.1044
60. M. Xia and S. Aïssa, "On the Efficiency of Far-Field Wireless Power Transfer," IEEE Trans. Signal Process., vol. 63, no. 11, pp. 2835–2847, 2015, doi: 10.1109/TSP.2015.2417497.
61. K. V. Baryshnikova, D. A. Smirnova, B. S. Luk'yanchuk, and Y. S. Kivshar, "Optical Anapoles: Concepts and Applications," Adv. Opt. Mater., vol. 7, no. 14, pp. 1–13, 2019, doi: 10.1002/adom.201801350
62. A. A. Bogdanov et al., "Bound states in the continuum and Fano resonances in the strong mode coupling regime," Adv. Photonics, vol. 1, no. 01, p. 1, 2019, doi: 10.1117/1.ap.1.1.016001.
63. A. E. Miroshnichenko et al., "Nonradiating anapole modes in dielectric nanoparticles," Nat. Commun., vol. 6, Aug. 2015, doi: 10.1038/ncomms9069.
64. G. A. Schott, " LIX. The electromagnetic field of a moving uniformly and rigidly electrified sphere and its radiationless orbits ," London, Edinburgh, Dublin Philos. Mag. J. Sci., vol. 15, no. 100, pp. 752–761, 1933, doi:10.1080/14786443309462219.
65. D. Bohm and M. Weinstein, "The self-oscillations of a charged particle," Phys. Rev., vol. 74, no. 12, pp. 1789–1798, 1948, doi: 10.1103/PhysRev.74.1789.
66. A. J. Devaney and E. Wolf, "Radiating and Nonradiating Classical Current Distributions and the Fields They Generate," PhysRevD, vol. 8, no. 4, pp. 1044- 1047,1973, doi: 10.1103/PhysRevD.8.1044.

67. V. A. Fedotov, A. V. Rogacheva, V. Savinov, D. P. Tsai, and N. I. Zheludev, “Resonant transparency and non-trivial non-radiating excitations in toroidal metamaterials,” Sci. Rep., vol. 3, pp. 1–5, 2013, doi: 10.1038/srep02967.
68. V. Savinov, V. A. Fedotov, and N. I. Zheludev, “Toroidal dipolar excitation and macroscopic electromagnetic properties of metamaterials,” Phys. Rev. B - Condens. Matter Mater. Phys., vol. 89, no. 20, 2014, doi: 10.1103/PhysRevB.89.205112.
69. J. Tian et al., “Active control of anapole states by structuring the phase-change alloy Ge 2 Sb 2 Te 5,” Nat. Commun., vol. 10, no. 1, pp. 1–9, 2019, doi: 10.1038/s41467- 018-08057-1.
70. U. Dey, S. Agasti, Y. Li, and J. Hesselbarth, “Analysis of Anapole States in Dielectric Spheres and Application to Near-Field Enhancement,” IEEE Trans. 122 Antennas Propag., vol. 70, no. 2, pp. 1144–1156, 2022, doi: 10.1109/TAP.2021.3111312.
71. A. S. Kupriianov, A. B. Evlyukhin, and V. R. Tuz, “Anapole Observation in Alldielectric Trimer-based Metasurface,” pp. 25–27, 2022
72. A. K. Ospanova, A. Basharin, A. E. Miroshnichenko, and B. Luk’yanchuk, “Generalized hybrid anapole modes in all-dielectric ellipsoid particles [Invited],” Opt. Mater. Express, vol. 11, no. 1, p. 23, 2021, doi: 10.1364/ome.414340.
73. R. Masoudian Saadabad, L. Huang, A. B. Evlyukhin, and A. E. Miroshnichenko, “Multifaceted anapole: from physics to applications [Invited],” Opt. Mater. Express, vol. 12, no. 5, p. 1817, 2022, doi: 10.1364/ome.456070.
74. G.-M. Pan, F.-Z. Shu, L. Wang, L. Shi, and A. B. Evlyukhin, “Plasmonic anapole states of active metamolecules,” Photonics Res., vol. 9, no. 5, p. 822, 2021, doi: 10.1364/prj.416256.
75. V. R. Tuz and A. B. Evlyukhin, “Polarization-independent anapole response of a trimer-based dielectric metasurface,” Nanophotonics, vol. 10, no. 17, pp. 4373– 4383, 2021, doi: 10.1515/nanoph-2021-0315.
76. E. Díaz-Escobar et al., “Radiationless anapole states in on-chip photonics,” Light Sci. Appl., vol. 10, no. 1, 2021, doi: 10.1038/s41377-021-00647-x.
77. X. Li et al., “Resonant transparency of a planar anapole metamaterial at terahertz frequencies,” Photonics Res., vol. 9, no. 2, p. 125, 2021, doi: 10.1364/prj.413361.
78. Q. W. Ye, L. Y. Guo, M. H. Li, Y. Liu, B. X. Xiao, and H. L. Yang, “The magnetic toroidal dipole in steric metamaterial for permittivity sensor application,” Phys. Scr., vol. 88, no. 5, 2013, doi: 10.1088/0031-8949/88/05/055002.
79. G. Grinblat, Y. Li, M. P. Nielsen, R. F. Oulton, and S. A. Maier, “Enhanced third harmonic generation in single germanium nanodisks excited at the anapole mode,” Nano Lett., vol. 16, no. 7, pp. 4635–4640, 2016, doi: 10.1021/acs.nanolett.6b01958.

80. G. Grinblat, Y. Li, M. P. Nielsen, R. F. Oulton, and S. A. Maier, “Efficient Third Harmonic Generation and Nonlinear Subwavelength Imaging at a Higher-Order Anapole Mode in a Single Germanium Nanodisk,” ACS Nano, vol. 11, no. 1, pp. 953–960, 2017, doi: 10.1021/acsnano.6b07568.
81. L. Hüttenhofer, A. Tittl, L. Kühner, E. Cortés, and S. A. Maier, “Anapole-Assisted Absorption Engineering in Arrays of Coupled Amorphous Gallium Phosphide Nanodisks,” ACS Photonics, vol. 8, no. 5, pp. 1469–1476, 2021, doi: 10.1021/acsphotonics.1c00238.
82. M. Ghahremani, M. K. Habil, and C. J. Zapata-Rodriguez, “Anapole-assisted giant electric field enhancement for surface-enhanced coherent anti-Stokes Raman spectroscopy,” Sci. Rep., vol. 11, no. 1, pp. 1–14, 2021, doi: 10.1038/s41598-021- 90061-5.
83. K. As’Ham, I. Al-Ani, L. Huang, A. E. Miroshnichenko, and H. T. Hattori, “Boosting Strong Coupling in a Hybrid WSe2Monolayer-Anapole-Plasmon System,” ACS Photonics, vol. 8, no. 2, pp. 489–496, 2021, doi: 10.1021/acsphotonics.0c01470.
84. N. Papasimakis, V. A. Fedotov, V. Savinov, T. A. Raybould, N. I. Zheludev, Electromagnetic toroidal excitations in matter and free space. Nat Mater.15(3), 263-71 (2016).
85. Reza Masoudian Saadabad, Marcus Cai, Fu Deng, Lei Xu, and Andrey E. Miroshnichenko Phys. Rev. B 104, 165402 – Published 1 October 2021
86. G. N. Afanasiev and Y. P. Stepanovsky, The Electromagnetic Field of Elementary Time-Dependent Toroidal Sources. J. Phys. A 28, 4565 (1995)
87. Alexey A. Basharin, Vitaly Chuguevsky, Nikita Volsky, Maria Kafesaki, and Eleftherios N. Economou Phys. Rev. B 95, 035104 – Published 3 January 2017
88. Fedotov, V., Rogacheva, A., Savinov, V. et al. Resonant Transparency and Non-Trivial Non-Radiating Excitations in Toroidal Metamaterials. Sci Rep 3, 2967 (2013). doi.org/10.1038/srep02967
89. Moitra, P. et al. Large-scale all-dielectric metamaterial perfect reflectors. ACS Photon. 2, 692–698 (2015)
90. Fan Y. Low-loss and high- Q planar metamaterial with toroidal moment, Phys. Rev. B., Vol. 87, no. 115417, Pp. 1, (2013).
91. Liu, S. et al. Optical magnetic mirrors without metals. Optica 1, 250–256 (2014)
92. Aieta, F. et al. Aberration-free ultrathin flat lenses and axicons at telecom
93. Шварцбург А.Б., Василяк Л.М., Ветчинин С.П., Алыбин К.В., Вольпян О.Д., Обод Ю.А., Печеркин В.Я., Привалов П.А., Чуриков Д.В., Резонансное рассеяние плоских электромагнитных волн ггц диапазона кольцевыми диэлектрическими линейными структурами, Оптика и спектроскопия. 2021. Т. 129. № 2. С. 214-217.

94. Fu, Y. H., Kuznetsov, A. I., Miroshnichenko, A. E., Yu, Y. F. & Luk'yanchuk, B. Directional visible light scattering by silicon nanoparticles. Nat. Commun. 4, 1527 (2013).
95. Bakker, R. M. et al. Magnetic and electric hotspots with silicon nanodimers. Nano Lett. 15, 2137–2142 (2015).
96. Luk'yanchuk, B. S., Voshchinnikov, N. V., Paniagua-Dominguez, R. & Kuznetsov, A. I. Optimum forward light scattering by spherical and spheroidal dielectric nanoparticles with high refractive index. ACS Photonics 2, 993–999 (2015).
97. R. S. Savelev, et al. Bending of electromagnetic waves in all-dielectric particle array waveguides. Appl. Phys. Lett. 105, 181116 (2014).
98. E. N. Bunting, G. R. Shelton, and A. S. Creamer, Properties of barium strontium titanate dielectrics. J. Am. Ceram. Soc. 30, 114–125 (1947).
99. M. V. Rybin, D. S. Filonov, P. A. Belov, Y. S. Kivshar and M. F. Limonov, Switching from Visibility to Invisibility via Fano Resonances: Theory and Experiment. Sci. Rep. 5, 8774 (2015).
100. Manoj, G. et al. Sharp Toroidal Resonances in Planar Terahertz Metasurfaces. Adv. Mater. 28, 8206–8211, doi:10.1002/adma.v28.37 (2016).
101. Basharin, A. A., Chuguevsky, V., Volsky, N., Kafesaki, M. & Economou, E. N. Extremely High Q-factor metamaterials due to Anapole Excitation. Physical Review B 95, 035104, doi:10.1103/PhysRevB.95.035104 (2017).
102. Fan, Y., Zhang, F., Fu, Q., Wei, Z. & Li, H. Controlling the toroidal excitations in metamaterials for high-Q response, arXiv: 1609.05804 (2016).
103. B.I. Popa, and S. A. Cummer, Water-based metamaterials: Negative refraction of sound. Nature Mater 14, 363–364 (2015).],
104. Y. Wu, Y. Lai and Z.-Q. Zhang, Elastic metamaterials with simultaneously negative effective shear modulus and mass density. Phys. Rev. Lett. 107, 105506 (2011).
105. A. Andryieuski at al, Scientific Reports 5, Article number: 13535 (2015)].
106. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor [Текст] / F. Arute [et al.] // Nat Commun. — 2019. — Oct. — Vol. 574, issue 7779. — P. 505—510.
107. Parametric-Resonance Entangling Gates with a Tunable Coupler [Текст] / E. A. Sete [et al.] // Physical Review Applied. — 2021. — Aug. — Vol. 16, no. 2. — P. 024050. — arXiv: 2104.03511.
108. Implementation of the Deutsch–Jozsa algorithm on an iontrap quantum computer / S. Gulde // Nature. – 2003. – V. 421. – P. 48.
109. Implementation of the semiclassical quantum Fourier transform in a scalable system / J. Chiaverini, J. Britton, D. Leibfried e. a. // Science. – 2005. – Vol. 308. – P. 997.

110. Quantum register based on individual electronic and nuclear spin qubits in diamond / M.V. Gurudev Dutt, L. Childress, L. Jiang et al. // Science. – 2007. – V. 316. – P. 1312.

111. Coherent manipulation of single spins in semiconductors / R. Hanson and D.D. Awschalom // Nature. – 2008. – V. 453. – P. 1043.

112. W. D. Oliver, P. B. Welander, Materials in superconducting quantum bits, MRS Bulletin, 38(10), 816 (2013)

113. Krantz P. et al., A quantum engineer's guide to superconducting qubits, Applied Physics Reviews 6, 021318, (2019).

114. W. D. Oliver, P. B. Welander, Materials in superconducting quantum bits, MRS Bulletin, 38(10), 816 (2013)

115. Krantz P. et al., A quantum engineer's guide to superconducting qubits, Applied Physics Reviews 6, 021318, (2019).

116. Goppl M. V. Engineering quantum electronic chips : Ph. D. thesis / M. V. Goppl ; Diss, Eidgenossische Technische Hochschule ETH Zurich, Nr. 18314, 2009

117. N. Roch, and O. Buisson, Fast highfidelity quantum nondemolition qubit readout via a nonperturbative cross-kerr coupling, Phys. Rev. X 10, 011045 (2020))

118. Pozar, D. M. Microwave engineering [Текст] / D. M. Pozar. — Fourth edition Hoboken, NJ : Wiley, [2012] ©2012

119. Конструирование экранов и СВЧ-устройств: Учебник для вузов/А. М. Чернушенко, Б. В. Петров, Л. Г. Малорацкий и др.; Под ред. А. М. Чернушенко. – М.: Радио и связь, 1990. – 352 с

120. U. Fano. Phys. Rev. 124, 1866 (1961).

121. M. Limonov, S. Lee, S. Tajima, A. Yamanaka. Phys. Rev. B 66, 054 509 (2002).

122. F. Cerdeira, T.A. Fjeldly, M. Cardona. Phys. Rev. B 8, 4734 (1973)

123. G. Levy-Yurista, A.A. Friesem. Appl. Phys. Lett. 77, 1596 (2000).]

124. Luk'yanchuk, B., Zheludev, N., Maier, S. et al. The Fano resonance in plasmonic nanostructures and metamaterials. Nature Mater 9, 707–715 (2010), doi.org/10.1038/nmat2810

125. S. Probst, F. B. Song, P. A. Bushev, A. V. Ustinov, M. Weides; Efficient and robust analysis of complex scattering data under noise in microwave resonators. *Rev Sci Instrum* 1 February 2015; 86 (2): 024706